

M É M O I R E
SUR LA
VÉRITABLE LONGUEUR
DE
L'ANNÉE ASTRONOMIQUE,

QUI A REMPORTÉ LE PRIX PROPOSÉ PAR LA SOCIÉTÉ ROÏALE DES SCIENCES
DE COPENHAGUE

POUR L'ANNÉE MDCGLXXX

PAR

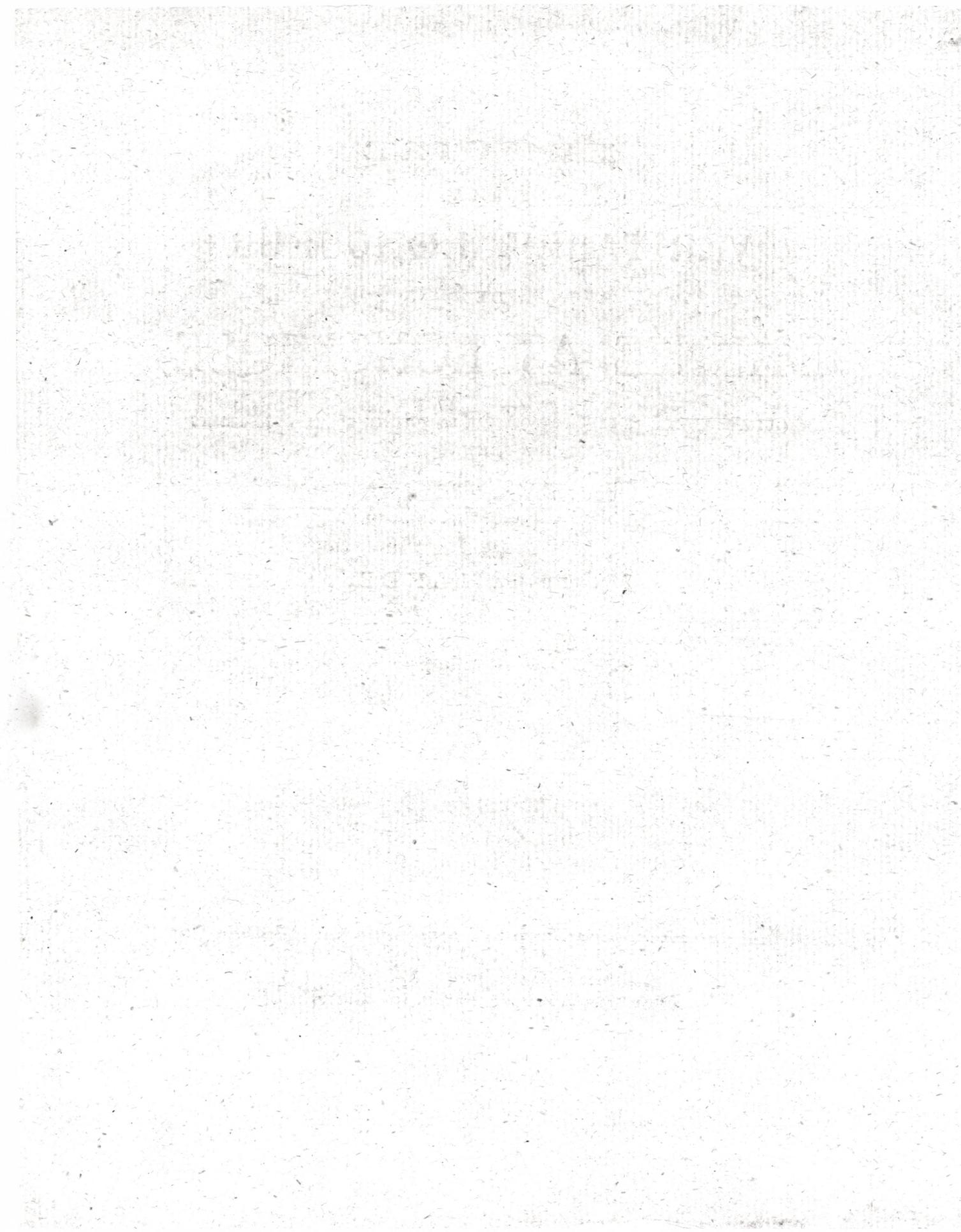
MR. DE LA LANDE,

*Lecteur Roïal en Mathématiques, Censeur Roïal, Membre des Academies de Paris, de Berlin,
de Petersbourg, de Bologne, de Stokholm, & des Sociétés de Sciences de Londres,
de Copenhague, de Göttingue, de Harlem &c.*



COPENHAGUE, 1784.

Imprimé chez AUGUSTE FRIDERICH STEIN.





M É M O I R E
SUR
LA DURÉE DE L'ANNÉE SOLAIRE.

La Société royale des Sciences, propose cette question: *Anni solaris tropici quantitatem a variis astronomis traditam critice examinare, atque ex recentissimis observationibus, cum antiquioribus comparatis, eandem quantum fieri potest determinare.*

Cette détermination est en effet une des plus importantes de l'Astronomie, car on détermine les distances de toutes les planètes au Soleil, par le rapport de leurs révolutions périodiques comparées avec celle de la terre; & l'on ne peut calculer aucune des anciennes observations, soit d'éclipses pour la chronologie, soit de planètes pour établir les mouvemens, soit des étoiles pour déterminer leurs variations, que l'on ne soit obligé de supposer connus les lieux du Soleil pour des siècles éloignés. Ainsi tout dépend de la véritable durée de l'année. Ce fera une occasion pour moi d'employer des observations toutes nouvelles, qui, comparées avec celle de tous les siècles, m'ont fait voir que la



durée actuelle de l'année solaire est de 365 j. 5 h. 48'. 48'', sans qu'il puisse y avoir plus de deux secondes d'incertitude.

Mais il falloit présenter en même tems à cette savante Compagnie, un traité complet sur cette partie essentielle de l'Astronomie; j'ai donc crû devoir remonter à l'histoire des connoissances humaines, sur la révolution annuelle, avant que de parler des observations d'Hyparque, les premières dont nous puissions faire usage. Cela me donnera l'occasion de relever une erreur de critique, accréditée dans la plupart des histoires de l'Astronomie.

Le mois lunaire étant très remarquable pour tous les yeux, fut la première période, ou la première année, chez presque tous les peuples du monde. Voyez DIODORE, L. I. p. 30. édit. 1745. VARRON, suivant LACTANCE, *inst.* L. 2. C. 13. p. 169. PLINE, L. VII. Ch. 49. PLUTARQUE, dans la vie de Numa, pag. 72. édit. 1624. EUDOXE, suivant PLATON, dans son *Timée*, p. 31. de l'édition de 1602. STOBÉE *Eclogæ phys.* p. 21. éd. de 1609. GEMINUS, p. 34. édition du P. Petau 1630. SUIDAS, au mot, *Ηλιος*. T. II. p. 54. édition de Cambridge 1605.

Dans la suite on distingua les tems par Saisons, & voila pourquoi l'on trouve des années de trois mois, de quatre mois, de six mois, DIODORE *ib.* PLINE *ib.* CENSORINUS chap. 19. ST. AUGUSTIN de *Civitate dei* L. 12. Ch. 10. La division de quatre mois, était surtout naturelle en Egypte, où l'inondation faisait abandonner les terres pendant quatre mois.

Les habitans de l'île de Taïti, découverte depuis quelques années, comptent par lunes de 29 jours, & les 13 lunes font une année. Ils désignent chaque mois par un nom propre, & les 13 mois par un nom collectif, mais dont ils ne se servent qu'en parlant des mystères de leur religion. Le jour est divisé en 12 parties, six pour le jour, & six pour la nuit, ce qui est une suite naturelle des 12 heures qui se trouvent dans une année solaire, mais dix est leur numération ordinaire. *Hydrographie de la mer du Sud*, par Mr. de TREVILLE, 1774. Tom. I. p. 451.

Indépendamment de la variété des Saisons qui suivent la période du Soleil, les peuples pasteurs virent bientôt que les étoiles se levaient & se couchaient deux heures plutôt à chaque mois; & qu'au bout d'environ 12 mois elles paraissaient & disparaissaient à la même heure. Ils comprirent alors que le Soleil tournait en douze lunes ou douze mois, & parcourait tout le ciel; alors on examina les étoiles dont il s'approchait successivement, l'on en forma douze



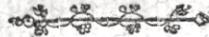
douze grandes divisions, qui formerent les douze signes du Zodiaque; Cette invention parut une découverte admirable, on la chanta avec enthousiasme; on en fit les douze travaux du Dieu Hercule, les voyages de Bacchus, tels qu'ils sont dans le poëme des Dyonisiâques de Nonnus, & une quantité d'autres fables, ainsi que l'a fait voir Mr. DUPUIS, Professeur de Rhétorique en l'Université de Paris, dans le Journal des Savans de 1779 & 1780. Chaque signe se partagea en trois parties qu'on appella decans, parcequ'elles contenaient environ dix jours; les dix doigts de la main déterminèrent de toute ancienneté la division par dix, & voila peut-être pourquoi l'on fit d'abord les années de 360 jours.

Il est constant par le témoignage des anciens que les années comptées en Egypte, depuis l'origine de la Monarchie n'étaient pas de douze mois, mais que l'année fut augmentée par plusieurs Rois. Voyez DIOD. SIC. L. I. p. 22. *édit. hanov.* 1604. PLIN. L. 7. C. 48. PLUT. in *Numa*. CENSORINUS, corrigé par Saumaise in *Solin.* ST. AUG. de *Civ. dei*, L. 12. C. 11. & L. 15. C. 12. RICCIOLI, *Chron. ref.* pag. 31. Il y a des auteurs qui pensent que du tems de Moÿse, environ 1500 ans avant J. C., l'année n'avait encore que 360 jours. Ils se fondent sur le calcul que donne la Genèse de la durée du déluge, où il paraît que l'année dont l'historien fait usage, est de douze mois, chacun de trente jours; il ne dit rien qui puisse faire soupçonner qu'on connût alors la nécessité d'ajouter quelques jours aux 360 que donnent douze mois, de 30 jours chacun, pour égaler la durée de l'année civile, à la révolution du Soleil. En effet on voit (Gen. Ch. 7. V. 11 & 24. & Ch. 8. V. 3 & 4, selon l'hébreu) que le déluge commença le dix septième jour du second mois, l'an six cens de Noë; que les eaux s'accrurent & se soutinrent ensuite au même degré d'élevation pendant cent cinquante jours consécutifs, jusqu'au dix septième du septième mois, auquel l'Arche s'arrêta sur les montagnes. Ainsi les cinq mois de l'année valaient cent cinquante jours: ces mois étaient par conséquent de trente jours chacun, & l'année entière de trois cent soixante jours.

On peut joindre à cela, le témoignage des auteurs qui nous apprennent que la plupart des nations de l'antiquité, même les plus éclairées, n'ont connu pendant bien des siècles, d'autre année, que celle de trois cent soixante jours. Voyez la Dissert. de Mr. ALLEN, inserée dans la théorie de la terre de Wiffon Liv. 2. pag. 144. On croit surtout que l'année des Egyptiens était autrefois de 360 jours; on peut voir à ce sujet PLUTARQUE de *Iside*, DIODORE DE SICILE,



SCALIGER, KIRCHER, GOLIUS *sur Alfragan*, Mr. GOGUET, *origine des loix*. Tom. I. p. 220. 230. T. II. p. 254. in 4°. L'enceinte de Babilone avait 360 stades, elle avait été bâtie en un an, un stade chaque jour, les prêtres Astronomes de Memphis étaient au nombre de 360, & chacun observait un jour de l'année; enfin la division du cercle en 360° en fournit une indication bien ancienne. Mais ne pourrait-on pas dire, que les 360 jours formaient les douze mois, & que les cinq derniers jours additionnels ou Epagomenes, étant hors de rang, on n'en tenait pas compte dans certaines circonstances, quoiqu'on les connût très bien; ne voit on pas que même du tems de PTOLEME'E, 100 ans après l'ère vulgaire, on comptait tous les mois de 30 jours, quoique l'année en eut 365? j'ai peine à concevoir qu'on ait été longtems à se tromper de cinq jours sur la durée de l'année, aussitôt qu'on eut observé les levers héliaques des différentes étoiles. Du moins les Egyptiens faisaient remonter jusqu'à une antiquité fabuleuse l'origine de l'année de 365 jours; c'était Mercure qui avait joué aux dés avec la Lune. PLUTARQUE T. 2. p. 355. *édition de Paris 1624*. DIODORE L. I. p. 17. *édit. de 1745*. Le SYNCELLE, pag. 123. *édition de Paris 1652*. dit, qu'un roi d'Egypte nommé Afeth, avait réglé l'année égyptienne à 365 jours, & qu'avant lui elle n'en avait eu que 360. Mais on ne peut savoir en quel tems vivait Afeth. Mr. GOGUET estime (T. II. pag. 255.) qu'il vivait vers le tems de la guerre de Troye, 1284 ans avant J. C. NEWTON, dans sa Chronologie, prétend que l'année de 365 j. fut établie en Egypte, sous le regne d'Aménophis, 884 ans avant J. C., 72 ans après la mort de Sesostris; que c'était en mémoire de cet établissement que l'on avait placé dans le *Nemnonium* un cercle d'or de 365 coudées de tour, dont chacune repondait à un jour de l'année, ou pour chaque jour étaient marqués les levers des étoiles, suivant DIODORE DE SICILE, Liv. I. p. 30. Mais FRERET, qui a si bien refuté le système Chronologique de Newton, soutient, qu'Ofimandyas Roi de Thebes, dont le tombeau était environné par le cercle dont il s'agit, était plus ancien que Sesostris. *Défense de la Chronologie*, p. 387. Il fait Sesostris, contemporain de Moyse 1560 ans avant J. C. (ibid. p. 247.) Il y a donc apparence qu'à cette époque, on avait déjà fait l'année de 365 jours. Mais ensuite, on fut bien longtems avant de penser à y ajouter un quart de jour, & avant de reconnaître l'erreur de six heures; c'est ce que je vais discuter, en faisant voir que plusieurs auteurs se sont trompés sur l'époque de cette découverte.



Le SYNCELLE nous dit que l'ancienne chronique égyptienne comptait 36525 ans depuis le regne du Soleil, jusqu'à celui d'Alexandre, les égyptiens attribuaient à Mercure, 36525 traités, & il est sur qu'ils attachaient quelque signification cachée à ce nombre. Mr. FRERET, p. 230. Mr. DUPUIS, Professeur de Rhétorique, croit que cela signifiait les 365 jours & un quart, exprimés en décimales, & cela supposerait la connaissance du quart de jour; mais on ne peut pas savoir à quelle époque remontait la fable des 36525 ans. Le SYNCELLE dit, que ce nombre marquait les années de la révolution des étoiles, par rapport aux équinoxes, mais comme cet auteur était fort ignorant en Astronomie, il n'est pas étonnant qu'il se soit trompé sur cet article: quoiqu'il en soit, ce nombre mystérieux ne prouve pas qu'on connut le quart de jour, ou le Cycle Caniculaire seulement 600 ans avant J. C.

Le Cycle Caniculaire de 1460 ans, ou la période Sothiaque, qui ramenait les levers des étoiles aux mêmes saisons de l'année, indique la connaissance du quart de jour, mais ce Cycle ne me paraît pas avoir été connu dans la haute antiquité. Mr. DE LA NAUZE, qui a donné une histoire du Calendrier Egyptien, dans les mémoires de l'Académie royale des inscriptions & belles lettres (T. XIV. p. 334.), fixe cette découverte à l'année 1322, qui est celle où le lever de Sirius, concourait avec le premier jour du mois Thoth, & qui fut la première année du Cycle Caniculaire, ou de la période Sothiaque, dont les années sont employées par CENSORINUS. Mais il a déjà été réfuté par Mr. DUPUIS, Secrétaire de l'Académie des inscriptions, dans le Tome XXIX. des mémoires de cette Académie. Mr. GOGUET adopte le même système, T. II. p. 256. Mr. FRERET (*défense de la chronologie* p. 400.) est du même avis; il va même plus loin, & trouvant des indices du Cycle précédent, qui avait du commencer 2782 ans avant J. C. (p. 247.) il pense que le Cycle, qui avait commencé l'an 1322, ne fut pas le plus ancien, ni celui au commencement duquel on avait établi l'usage de l'année vague de 365 jours; mais de ce que Manethon, Censorinus, Clément d'Alexandrie, se servent de ce Cycle, il ne s'en suit pas qu'on le connut déjà 1322 ans avant J. C. Et quant aux inductions que Mr. FRERET tire des livres de Moïse, elles prouveraient tout au plus que l'usage de l'année de 365 jours avait lieu du tems de Moïse, né selon lui l'an 1589. Les Juifs avaient une année civile ancienne, qui commençait en Automne, comme celle des Egyptiens, & une année religieuse, depuis l'exode; celle-ci commençait à la nouvelle lune qui
préce-



précédait l'équinoxe du printemps; mais les équinoxes, les solstices, le lever de Sirius, étaient des choses assez faciles à observer, pour qu'on en ait fait des époques, & cela ne prouve pas qu'on connût déjà la durée de l'année, à quelques heures près, ni qu'on connût la différence de l'année vague, de 365 jours, & de l'année syderale de 365 jours & un quart.

L'année vague était l'année religieuse, qui servait à régler les fêtes & les sacrifices; l'année civile réglait la culture des terres, & le payement des impôts. (VETTIUS VALENS *Antiq.* L. I.) Le commencement en était marqué par le lever héliaque de Sothis ou Sirius (PORPHIRIUS de *Auro Nympharum*, BAINBRIGIUS de *anno Caniculari* C. IV. p. 26. Mr. FRERET, p. 393.) mais on ignore à quelle époque la différence de ces deux années a été bien connue. Les auteurs qui en font remonter la découverte aussi haut, sont des auteurs de 2 ou 3 cents ans avant J. C., qui s'en servaient dans leurs calculs, mais qui ne disent point qu'on s'en fut servi à l'époque à laquelle ils remontent par le calcul.

Il est douteux que même au tems d'Hérodote, 450 années avant J. C., on connût en Egypte d'autre année que celle de 365 jours, & qu'on fût la différence de l'année fixe à l'année vague, qui est d'environ six heures. On voit dans HERODOTE L. I., que Solon donnait 30 jours à chaque mois, & qu'il croyait qu'en intercalant un mois tous les deux ans, on assignait des limites au retour des saisons; cependant il y avait neuf jours & trois quarts de trop dans cette méthode, connue sous le nom de Trieteride. L'on voit aussi dans Herodote, qu'il ignorait le quart de jour, dont l'année fixe surpasse l'année vague (L. II. p. 57. *éd. Henr. Stepb.* 1570.). Ce n'est que GEMINUS qui vivait du tems de Ciceron, & CENSORINUS l'an 238, qui parlent du Cycle Caniculaire de 1461 années vagues; les Egyptiens croiaient qu'elles faisaient 1460 années, tant tropiques que syderales, & que cette période devait ramener le commencement de leur année civile, au lever de la canicule, où ils avaient fixé le commencement de leur année tropique (CENSORINUS Cap. 18.). Mais il y avait une erreur de 36 ans, ou de 47, pour cette grande année syderale, ou sothiaque, 36 ans pour les levers d'étoiles, 47 pour les saisons. L'année tropique avait environ 20 jours d'avance sur l'année syderale, à la fin de leur prétendue période caniculaire de 1461 années égyptiennes, civiles ou vagues; car en divisant 365 j. par 5 h. 48' 48'', & par 6 h. 9' 10'', on trouve 1506, 9, & 1433, 7, pour les deux périodes; c'est-à-dire 47 ans de plus pour l'une, & 36 ans de moins pour l'autre;
ainsi



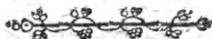
ainsi dans le tems même où l'on faisait usage du Cycle Caniculaire, on en connaissait fort mal la durée, ce qui n'annonce pas une haute antiquité pour la découverte du quart de jour. GEMINUS (p. 19.) cite ERATOSTHENE comme ayant donné la raison du Cycle de 1460 ans, on connaissait donc alors le quart de jour. Ainsi c'est vers le tems de PLATON 80 ans après Herodote, ou 370 ans avant J. C., qu'on a été certain de cette différence. En effet on se trompe en citant PLATON à cet égard; il ne connut jamais cette période, ni même celle de la précession des équinoxes, & il ne parle qu'en général de la période inconnue, qui ramènerait les Astres dans les mêmes circonstances, & c'est ce qu'on a appelé la grande année Platonique. Voici ce qu'il en dit: *Est tamen intellectu facile quod perfectus numerus temporis perfectum tunc demum compleat annum cum octo ambitus confectis suis cursibus, quos orbis ille semper idem similiterque procedens meretur, ad idem se caput revolverunt.* (Plato in *Timæo*.) Cette grande année Platonique a lieu suivant CICERON, *de nat. Deor. L. 2*, lorsque le Soleil, la Lune, & les cinq Planètes reviennent à la même situation; quelques uns disaient que tout ce qui arrive dans le monde recommencerait dans le même ordre (CLAVIUS in *Sph. C. I.*). Il y en a qui la faisaient de 12000, de 36000, de 49000 ans, d'autres de 23720. Voyez au sujet de cette grande année, JOS. SCALIGER in *canon. Isagog. pag. 252*. On croit que c'est celle dont parle VIRGILE *Ecl. 4. v. 5. & 36*.

Magnus ab integro sæclorum nascitur ordo V. 5.

Atque iterum ad Trojam mittetur Achilles V. 36.

d'autres croient que *Magnus* signifie seulement illustre, & que la suite n'est qu'une manière de dire que le siècle d'or renaitrait après la paix qui venait d'être conclue à Pouzol, 40 ans avant J. C., entre Octave & le fils de Pompée. Mais il ferait possible que Virgile, d'après les traditions anciennes, eût voulu dire, que les événemens fabuleux recommenceraient dans le même ordre, puisque ces événemens, tels que le siècle d'or, le voyage des Argonautes, les travaux d'Hercule, ne sont que des Allegories tirées des situations des étoiles, & doivent par conséquent recommencer, quand ces situations se retrouvant les mêmes, produiront les mêmes phénomènes, ainsi que Mr. DUPUIS l'a fait voir, & le prouvera plus au long, dans un Mémoire qui s'imprime actuellement.

Ainsi du tems même de PLATON, on ne connaissait ni le quart de jour, ni la période Caniculaire, quoiqu'en disent plusieurs savans. Parmi ceux-ci l'on



peut citer spécialement Mr. FRERET, qui dans sa défense de la chronologie (p. 247 & 400.) entreprend de prouver que 2780 ans avant l'ère vulgaire, les Egyptiens connaissaient déjà la période sothiaque. Mr. BAILLI, dans son histoire de l'Astronomie, dit aussi que Manethon donne lieu de croire, que la période sothiaque remontait à 2782 ans, & il regarde l'observation du quart de jour, comme prouvant dans les observations la plus haute antiquité (p. 182). Mais c'est parceque Manethon, 280 ans avant J. C., s'en était servi pour calculer son histoire d'Egypte. C'est comme si l'on voulait prouver, que Jules César avait réformé le Calendrier, il y a 6000 ans, parceque nous comptons les années de la création du monde sur le Calendrier Julien. Mais il n'y a pour le quart de jour aucune autorité, puisque les auteurs les plus anciens & les plus instruits, comme PLATON & HERODOTE, n'en parlent point.

Avant le tems d'HIPPARQUE, il était très difficile de déterminer la durée de l'année, parcequ'on n'observait point les équinoxes, mais seulement les solstices; en effet, 1°. PTOLEME'E ne put trouver des équinoxes plus anciens que ceux d'Hipparque, pour les comparer avec les siens; 2°. HIPPARQUE, dans un passage cité par PTOLEME'E, se sert d'un solstice plus ancien; 3°. PTOLEME'E lui même se sert d'un solstice observé 571 ans avant lui, par EUCTEMON l'an 432 av. J. C., en convenant expressement de la difficulté de les observer; 4°. l'usage des Gnomons était beaucoup plus ancien que celui des Armilles, parcequ'il était plus naturel & plus simple; or les Gnomons donnaient facilement & directement les solstices; voilà pourquoi l'on ignora, jusqu'au tems d'Hipparque, la diminution qu'il y avait au quart de jour.

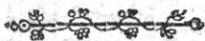
Il paraît donc qu'environ 300 ans avant l'ère chrétienne, on croyait l'année de 365 jours & un quart, METON la crut même un peu plus grande, nous ignorons sur quel fondement. Ce furent les observations faites à Alexandrie, qui commencerent à donner le gout de la précision, & HIPPARQUE vers l'an 160 avant l'ère vulgaire, s'aperçut qu'il y avait quelque chose à ôter du quart de jour.

Ainsi la plus ancienne détermination, que l'on ait de la durée de l'année est celle d'HIPPARQUE rapportée dans *l'Almageste de PTOLEME'E* (L. III. Cap. 2.). Dans un livre fait exprès sur la grandeur de l'année, HIPPARQUE comparait un solstice observé par ARISTARQUE, 280 ans avant l'ère vulgaire, avec celui qu'il avait observé lui même, après un intervalle de 145 ans, & il trouva qu'il était
arrivé



arrivé douze heures plutôt que ne l'exigeait le quart de jour. Dans un autre livre sur les mois, & les jours intercalaires, il parlait de la durée de l'année qui était suivant METON & EUCTEMON de $365\frac{1}{4}$ jours, & quelque chose de plus. Suivant l'édition grecque, p. 63, il y a $05''$. qui signifie $70\frac{1}{2}$ c'est-à-dire $\frac{1}{70\frac{1}{2}}$ de jour de plus; le P. RICCIOLI paraît avoir lû 76; dans l'édition de 1515, d'après l'arabe, il y a *365 dies & quarta, & una pars 76 partium & medietas diei unius*; dans l'édition de 1551 cette addition manque totalement, mais ce qui éclaircit la différence entre ces trois éditions, c'est ce que dit HIPPARQUE, un peu plus bas, que METON avait 5 jours de plus en 300 ans, & CALIPPUS un jour seulement; & le passage est uniforme dans les trois éditions; or un jour sur 300 ans, fait $4' 48''$ sur chaque année, donc 5 jours font encore $20' 12''$ de plus, ainsi METON la supposait de 365 j. 6 h. $20' 12''$, ce qui peut-être se rapportait à l'année syderale, qui doit avoir $20'$ de plus que l'année Tropicque; mais je doute, que du tems d'EUCTEMON l'on connût cette différence. Cette quantité $20' 12''$ est $\frac{7}{71\frac{1}{4}}$ du jour, ainsi je crois qu'il faut lire plutôt $70\frac{1}{2}$ que $76\frac{1}{2}$, pour accorder le premier passage avec le second. HIPPARQUE ajoutait dans le même livre, sur les mois & les jours: "Nous avons trouvé le
" même nombre qu'eux, pour les mois folaires, contenus dans 19 ans; mais nous
" avons trouvé que l'année anticipait de la trois centieme partie d'un jour.
" Suivant METON il manque 5 jours en 300 ans suivant CALIPPUS, c'est un
" jour seulement. J'ai écrit (ajoute HIPPARQUE) sur la durée de l'année un livre,
" où je démontre que l'année folaire, c'est-à-dire, le tems dans lequel le Soleil
" revient au solstice, ou à l'équinoxe, ne contient pas 365 jours & un quart,
" comme l'estiment les mathématiciens, mais qu'il s'en faut la trois centieme
" partie d'un jour. (PTOLEME'E ajoute) si nous partageons un jour en 300
" parties, nous trouverons 12 parties sexagésimales secondes, qui étant ôtées de
" 365 j. & 15 parties premieres, il restera pour la durée de l'année 365. 14.
" 48." Cette même quantité réduite en heures minutes & secondes, suivant
notre maniere de compter, fait 365 j. 5 h. 55'. 12". Ainsi HIPPARQUE diminua
l'année de $4' 48''$, mais il y avait encore $6' 24''$ de trop dans sa détermination.

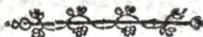
Pendant PTOLEME'E dit que c'est aussi, à très peu-près, ce qu'il a trouvé par beaucoup d'observations. Mais il paraît que PTOLEME'E se servait des observations d'HIPPARQUE & de ses résultats, enforte que la détermination précédente tire tout sa valeur, de l'autorité d'HIPPARQUE.



On voit que la raison pour laquelle PTOLEME'E admit la durée de l'année d'après HIPPARQUE, est qu'elle était commensurable avec le Cycle lunaire de METON; mais comme celui-ci était trop long, l'année se trouva aussi trop longue de six minutes; PTOLEME'E, rempli de respect & d'admiration pour HIPPARQUE, & se défiant de lui-même, comme le dit BOULLIAUD (*Astron. philolaique*, p. 73.) ne crut pas pouvoir mieux faire que de s'en tenir aux déterminations d'HIPPARQUE. Mais pourquoi faire semblant de les avoir trouvées par ses propres observations? C'est un reproche qu'on lui fera dans tous les tems, comme d'avoir changé les tems des observations pour les accorder avec ses hypothèses.

On ne connut pendant plusieurs siècles d'autre Astronomie que celle de PTOLEME'E, ni d'autre détermination de l'année, que celle dont nous venons de parler. Mais enfin les Arabes furent à portée de reconnaître l'erreur, lorsqu'ils comparèrent leurs observations avec celle d'HIPPARQUE; aussi dans ALBATEGNIUS, qui vivait en 880, on ne trouve plus que 365 j. 5 h. 46' 24'', & dans les tables Alphonfines 5 h. 49' 16''; ce qui approche beaucoup de ce que nous trouvons actuellement; c'est celle-ci qui fut adoptée par COPERNIC, & par les réformateurs du Calendrier, sous GRE'GOIRE XIII. en 1582. CLAVIUS, *Romani Calendarii explicatio*, p. 65. éd. 1612. in folio, mais comme il n'y a pas une demi minute de trop, le Calendrier Grégorien n'en est pas moins très exact relativement aux usages de la Société, c'est-à-dire propre à ramener toujours les Saisons aux mêmes jours du mois.

Après avoir fait l'histoire de nos connaissances dans cette partie de l'Astronomie, je passe à la recherche de la durée exacte de l'année. Pour la déterminer par les plus anciennes observations, on ne peut rien trouver de mieux que les neuf équinoxes observés par HIPPARQUE, & rapportés dans l'Almageste de PTOLEME'E, L. 3. Chap. I. p. 60. de l'édition grecque, p. 57. de l'édit. 1551. & fol. 27. de l'édition de 1515. Tous les auteurs s'en sont servis; mais il me semble qu'on ne les a pas discutés dans toutes leurs circonstances; on a préféré tantôt les uns, tantôt les autres, & il me semble qu'il est nécessaire de les examiner tous, de les comparer, de les rectifier les uns par les autres, & d'en tirer un résultat qui les renferme tous; c'est ce que je vais faire, après avoir rapporté dans son entier le passage de PTOLEME'E. Je l'ai traduit d'une manière plus exacte & plus intelligible, que GEORGE DE TREBIZONDE en rapprochant de l'édition grecque le texte rectifié par BOULLIAUD dans son *Astronomie philolaique* (p. 61.)



(p. 61.) d'après les manuscrits de la Bibliothèque du Roi de France, & d'après la traduction faite sur l'arabe & imprimée en 1515. Il y a dans celle-ci plusieurs phrases différentes, mais dont quelques unes servent à l'intelligence du texte.

“ La 17^e année de la 3^e période de Calippus, le 30 du mois Mefori, l'équinoxe arriva environ au coucher du Soleil. Trois ans après, c'est-à-dire, la 20^e année, il arriva le premier des jours intercalaires, au matin; il aurait dû arriver à midi, ainsi la différence fut d'un quart de jour. Mais l'année suivante, c'est-à-dire, la 21^e, il arriva à 6 heures, ce qui s'accordait exactement avec l'observation précédente. 11 ans après, c'est-à-dire, dans la 32^e année, ce fut le troisième des jours intercalaires, au milieu de la nuit du 3 au 4; il aurait dû arriver le quatrième au matin; ainsi la différence fut encore d'un quart de jour. L'année suivante, qui était la 33^e, il arriva le 4^e des jours intercalaires au matin, ce qui s'accordait encore exactement avec l'observation précédente. Trois ans après, c'est-à-dire, la 36^e année, ce fut le 4^e jour intercalaire au soir; cet équinoxé aurait dû arriver au milieu de la nuit, donc la différence fut encore d'un quart de jour. ” HIPPARQUE, rapporte ensuite des équinoxes de printems, observés avec le même soin.

“ La 32^e année, de la 3^e Période de Calippus, le 27 du mois Mechir, au matin, il dit, que l'Armillé d'Alexandrie fut éclairée également des deux côtés, environ à cinq heures, & que cet équinoxe, observé d'une autre manière, parut différer d'environ cinq heures. Il dit, que toutes les observations suivantes, jusqu'à l'année 37, s'accordent en y ajoutant un quart de jour. Mais il dit, que 11 ans après, c'est-à-dire, la 43^e année, & le 29 du mois Mechir, l'équinoxe arriva après le milieu de la nuit, qui précéda le trente. Ce qui s'accorde, & avec l'observation de la 32^e année, & avec celles des années suivantes, jusqu'à la 50^e. Car il arriva le 1^{er} du mois Famenoth, au coucher du Soleil, un jour & trois quarts environ, après celui de l'année 43, ce qui convient parfaitement, à l'espace de 7 ans. ”

Ces équinoxes, que l'auteur estimait exacts à un quart de jour près, ne le font véritablement, qu'à un demi jour près, à cause de l'effet des réfractons. Mais je vais disposer ces neuf équinoxes par ordre de dates, & je discuterai les circonstances de chacun.



I. Le plus ancien, de tous ces équinoxes, est celui de l'année 17, de la 3^e période Calippique, où l'an 586 de Nabonassar, qui, rapporté au Calendrier Julien, tombe au 27 Sept. 161, avant l'ère vulgaire en suivant la manière de compter usitée parmi les Astronomes, qui mettent une année de plus que les chronologistes ordinaires. Cet équinoxe arriva le soir, c'est-à-dire, vers les 6 heures, à Alexandrie; j'en ôte 1 h. 52', pour réduire l'observation au méridien de Paris, & 7' pour l'équation du tems, & j'ai 4 heur. 1', pour le tems moyen, réduit à Paris.

Cet équinoxe est cité une seconde fois dans le même chapitre, comme étant au nombre des observations les plus certaines d'HIPPARQUE, *ως ασφαλές-
τατα ειλημεναις απ' αυτου.*

Pendant en calculant le lieu du Soleil, pour ce moment là, par les tables de LA CAILLE, qui supposent la durée de l'année 365 j. 5 h. 48' 49'', on trouve 33 $\frac{1}{2}$ ' de trop; aussi Mr. CASSINI, comparant cet équinoxe avec un de ceux qu'il avait observés, ne trouve que 365 j. 5 h. 48' 24'', ce qui fait voir que cet équinoxe a été marqué trop tard, par rapport aux autres.

La réfraction, élevant le Soleil, doit en effet retarder les équinoxes d'automne, & avancer ceux du printemps; & comme la réfraction en déclinaison, sous la latitude d'Alexandrie, est d'environ 16 $\frac{1}{2}$ ' à l'horizon, cela ferait 16 heures de retard. Mais il paraît par le calcul de l'équinoxe V, qu'on verra ci-après, qu'on observait une demi-heure avant le coucher du Soleil; alors l'effet de la réfraction n'est plus que de 5 $\frac{1}{2}$ ', le retard n'est que de 5 h. $\frac{1}{2}$, ce qui fait 12 $\frac{1}{2}$ ' sur la longitude du Soleil, au tems du véritable équinoxe. Ainsi, en le supposant arrivé cinq heures & demi plutôt, l'erreur des tables ne ferait que de 21', c'est-à-dire, que la correction à faire aux tables est — 21'. Mais si le véritable équinoxe était arrivé cinq heures & demi plutôt, on aurait dû le voir à midi. Il y a donc apparence que cette fois là, on ne fut pas très attentif, pendant le cours de la journée; peut-être qu'ayant vu le matin, qu'il s'en fallait beaucoup que l'armille ne fut éclairée également des deux côtés, on négligea d'y regarder à midi, & le soir on vit l'équinoxe trop tard, à cause de la réfraction. Aussi cet équinoxe diffère beaucoup du 7^e, qui fut observé dans les mêmes circonstances; il diffère d'un jour entier des équinoxes 5, 8 & 9; on ne peut pas l'en rapprocher, en supposant que les Armilles étaient trop inclinées, comme nous rapprocherons, ci-après, le 3^e du 5^e, parceque vers l'horizon cet effet n'est pas senti.



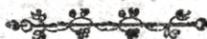
fenfible. On ne peut pas remedier à ce retard, en fupposant que l'Armille étoit trop vers le midi, du côté du couchant, parceque les équinoxes, 2 & 6, auraient été vus beaucoup trop tôt, & on augmenterait leur discordance, par rapport aux équinoxes 5, 8 & 9. Enfin cet équinoxe est le seul des équinoxes d'automne, qu'on ne peut, par aucune confideration, rapprocher des autres, & il me semble qu'il devrait être rejetté; mais il y a des équinoxes du printems, qui s'éloignent à peu-près autant, ce qui fait que je n'ose exclure le premier de la comparaison générale que je vais faire.

II. L'équinoxe fuyant, arrivé le matin, répond au 26 Septembre 158. 16 h. 1', tems moyen à Paris, & la correction des tables est $-20'$. PTOLEME'E dit qu'il aurait dû arriver à midi, d'après l'équinoxe précédent; ce devait être plutôt 26' avant midi. Mais comme il observait, selon les apparences, une demi-heure avant le coucher du Soleil, celui-ci aurait dû arriver environ une heure avant midi. La différence peut venir en partie de ce, que le premier fut observé plus près de l'horizon, & la réfraction étoit plus grande.

Ce second équinoxe, ayant été observé le matin, aurait dû paraître réellement à minuit; il semble même d'après le 6e équinoxe, qu'on verra ci-après, qu'il étoit arrivé des le soir précédent, mais alors, la réfraction faisoit paraître le Soleil trop au nord. Puisqu'il ne s'accorde pas avec le 6e, il y a apparencé qu'il fut observé plus près de l'horizon; il y avoit plus longtems que le vrai équinoxe étoit passé; il faut donc préférer le 6e, & faire sur le second une correction, pour la réfraction, d'environ $15'$, ce qui réduira l'erreur des tables à $-5'$. Cependant RICCIOLI se sert de cet équinoxe, pour le comparer avec celui qu'il avoit observé en 1646. (*Almag. novum* T. I. p. 138.) Mais aussi il trouve pour la durée de l'année 365 j. 5 h. $48' 41\frac{1}{2}''$; c'est-à-dire, une durée trop petite, comme on le verra bientôt.

III. L'équinoxe arrivé l'année suivante à midi, ou le 26 Sept. 157 à 22 h. 1', tems moyen à Paris, donne pour la correction des tables, $-20'$. Comme il n'étoit pas affecté de la réfraction, il a été choisi par BOULLIAUD (*Astron. philolaica* L. II. C. 2.) & par RICCIOLI (*Almag.* T. I. p. 138.) qui le compare avec celui du 22 Sept. 1643, & il trouve $39''$, au lieu de $41\frac{1}{2}''$. Mais il faut remarquer que cet équinoxe s'accorde avec le précédent, quoique celui-ci fut affecté de la réfraction; il y a donc une erreur dans l'une des deux observations. Or, en comparant celui-ci avec le 5e, qui est un équinoxe de printems,

arrivé

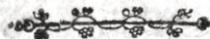


arrivé aussi vers midi, on peut les rectifier l'un par l'autre, & pour cela il suffit de supposer, que les Armilles étaient trop basses de 9 minutes; par ce moyen l'on aura l'équinoxe d'automne 9 heures plutôt, & celui du printemps 9 heures plus tard, & ils feront presque d'accord. Il est vrai qu'alors, ils différeront beaucoup des équinoxes 8 & 9, qui cependant s'accordent entr'eux; mais ceux-ci ayant été observés près de l'horizon, ne sont pas aussi sûrs, que ceux qui sont arrivés vers midi, & comme les équinoxes 8 & 9 sont des équinoxes de printemps, on ne peut pas les corriger l'un par l'autre. Pour faire au 3^e équinoxe, la correction que je viens d'indiquer, il faut ôter $22\frac{1}{2}'$, de la longitude, & l'erreur des tables deviendra $+ 2\frac{1}{2}'$.

RICCIOLI, voyant que le second équinoxe, qui tombe au lever du Soleil, s'accorde avec le 3^e, qui arriva vers midi, conjectura, qu'HIPPARQUE jugea par l'observation du 26 à midi, que l'équinoxe devait arriver le 27, vers le lever du Soleil, & il en conclut, qu'HIPPARQUE déterminait ses équinoxes, par les observations méridiennes; par exemple, le 26 il avait vu la concavité boréale, trois fois plus éclairée à midi, que ne le fut le 27 la cavité australe; il jugea que par conséquent l'équinoxe devait être trois fois plus près du midi du 27, que de celui du 26. En effet, dit le P. RICCIOLI, s'il avait déterminé l'équinoxe par l'observation faite vers l'horizon, le 27 au matin, la réfraction aurait retardé l'équinoxe, de plus de 6 heures; le vrai équinoxe devrait être placé le 26 à 12 h., & l'année se trouverait trop longue de 6 heures; c'est ainsi, dit le P. RICCIOLI, que nous avons établi cet équinoxe d'HIPPARQUE, par celui de l'année suivante. (*Almag. novum* I. p. 139.)

Ce raisonnement n'étant fondé que sur l'accord de ces deux équinoxes, il est détruit par la discordance des autres, que je viens de faire voir; d'ailleurs, HIPPARQUE n'ayant aucune raison de soupçonner les observations horizontales, n'avait pas de motif pour choisir de préférence les observations méridiennes.

Comme la réfraction horizontale pouvait produire jusqu'à 16 heures d'erreur dans les équinoxes, elle sert à expliquer la différence d'un jour, plus ou moins, qu'il y a entre les 3 équinoxes de printemps, & les 3 premiers équinoxes d'automne, & par conséquent, on ne peut pas dire que l'on observât toujours à midi. Si cela eût été, on aurait préféré l'usage des Gnomons, qui était déjà très ancien; c'est au contraire, vraisemblablement, pour ne pas être borné aux observations de midi, qu'Érassthène imagina les Armilles d'Alexandrie.



IV. La 32^e. année de la 3^e. période Calippique, ou l'année 601 de Nabonassar, entre le 3^e des jours intercalaires & le 4^e l'équinoxe fut estimé à minuit. Ce qui répond au 26 Sept. 10 h. 1', l'erreur des tables est — 10'. Cet équinoxe est employé de nouveau (*Almag. C. 3. p. 59.*) comme ayant été très exactement observé, *ως ακριβεστάτα τετηρημένον*. Mais on y trouve la date de l'année 178 de la mort d'Alexandre; elle est ainsi dans l'édition grecque & dans les manuscrits; mais BOULLIAUD (pag. 64.) fait voir qu'il faut lire 177, parceque les années Calippiques commençaient au solstice d'été, il le prouve aussi par l'intervale de 178 j. 6 h. qu'il y a de cet équinoxe au suivant. Il suppose que l'on avait observé un quart d'heure avant le coucher du Soleil & un quart d'heure après le lever, & il en conclut que le véritable équinoxe était arrivé 1 h. 2' avant le coucher du Soleil (p. 65.) ou même deux heures (pag. 67). Mais dans ce dernier passage il se sert d'une hypothèse sur le mouvement de l'Apogée du Soleil.

POUR que HIPPARQUE ait jugé l'équinoxe à minuit, il faut que le 26 au soir, il ait vû le Soleil au nord des Armilles & le 27 au matin du coté du midi de la même quantité; mais le soir il devait être au nord en vertu de la réfraction, & supposant donc la réfraction égale dans les deux observations, & le changement diurne du Soleil en déclinaison étant de 23', il s'ensuit qu'il y avait 11 $\frac{1}{2}$ ' de réfraction; mais si l'on n'observait, qu'une demi-heure après le lever du Soleil la réfraction était plus petite, je me contenterai donc de la supposer de 6', j'oterais 15' de la longitude calculée & l'erreur des tables sera \mp 5'.

V. Le cinquième équinoxe est curieux en ce qu'il fut observé deux fois dans la même matinée, savoir, après le lever du Soleil & à la cinquième heure ou à 11 h. du matin. Cette double observation est désignée très brièvement dans l'édition grecque; dans la version latine faite d'après l'Arabe, édit. de 1515. fol. 27, elle est plus expliquée: *Equalitas vernalis fuit in 27 die mensis Mesi in principio diei; jam enim tunc adbesit lumen duabus superficibus armille euec in Alexandria utrinque equaliter in hora quinta a circulo ad circulum rubrum antequam diceret considerationes positas. Vidit ergo qui a considerationes erant in una duarum equalitatum ad suam similem in considerationibus mutaguetireti diversificari, quod erat inter duas considerationes fere per quinque horas.* On comprend par cette paraphrase que l'équinoxe parut au commencement du jour & à la 5^e heure, c'est-à-dire à onze heures du matin.



A la 5^e heure la réfraction était de 30'', en 5 heures le Soleil changeait de cinq minutes en déclinaison; il fallait donc que la réfraction fut de 5 $\frac{1}{2}$ ' dans la première observation. Pour cela il faut supposer que le Soleil était élevé de 5° $\frac{1}{4}$, ce qui a lieu 24' après son lever. Cela nous donne lieu de juger que ces observations ne se faisaient pas exactement vers l'horizon. Je supposerai donc comme Mr. CASSINI (*Elémens d'Astron.* p. 212.) que l'équinoxe arriva le 23 Mars 145, à 23 h. 55' ce qui fait 22 h. 10' de tems moyen au méridien de Paris. L'erreur des tables se trouve par la ✚ 25'; mais pour accorder cet équinoxe avec le 3^e, il faut relever les Armilles de 9', comme je l'ai expliqué ou ajouter 22 $\frac{1}{2}$ ' à la longitude, & l'erreur sera ✚ 2 $\frac{1}{2}$ ' seulement.

VI. La même année l'équinoxe d'automne fut observé le 4^e jour intercalaire au matin, ce qui revient au 26 Sept. 145 à 16 h. 1' T. M. l'erreur des tables est — 11'; ainsi cet équinoxe s'accorde bien avec le 4^e comme le dit PTOLEME'E. Mais à raison de la réfraction, il parut trop tard, il était arrivé dès minuit; cependant il se trouve plus retardé que le second, observé dans pareilles circonstances; la différence vient sans doute de ce que le second aura été observé plus matin plus près de l'horizon; il y avait plus de réfraction; il y avait donc plus longtems que le véritable équinoxe était passé. Ainsi je ne retrancherai que 10' pour le sixième & l'erreur sera — 1'.

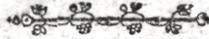
VII. Celui de la 36^e année de la 3^e période Calippique répond au 26 Sept. de l'an 142 à 4 h. 1' de tems moyen, & l'erreur des tables est ✚ 3'. PTOLEME'E dit, qu'il aurait dû arriver à minuit, ainsi il avança de six heures par rapport au sixième; peut-être parceque le 7^e fut observé avant que le Soleil fut près de l'horizon, ou la réfraction l'aurait fait paraître trop tard; il paraît donc que celui-ci est presque exempt de réfraction.

Cet équinoxe est comme le premier, mais il en diffère de 16 heures; s'il était arrivé 5 heures plutôt, il s'accorderait mieux avec le 5^e & le 9^e au lieu que le premier en diffère d'un jour entier; mais puisque nous avons quelque raison de croire que le 7^e était exempt de réfraction nous n'y ferons aucune correction.

VIII. L'an 43 le 29 du mois Méchir l'équinoxe arriva vers le milieu de la nuit, c'est le 23 Mars 134 à 10 h. 15' & l'erreur des tables est ✚ 34'.

PTOLEME'E dit, que cet équinoxe s'accorde avec le 5^e, il n'y a en effet que 3 h. $\frac{1}{2}$ de différence.

Pour



Pour juger que l'équinoxe était arrivé à minuit, il faut que le 23 au soir, on ait vu le Soleil trop au midi & le 24 au matin trop au nord de la même quantité, ou de 6 à 7 minutes. Pour cela il faut que l'équinoxe soit arrivé réellement le 24 au matin, car alors il aura été le 23 au soir de 12' au midi, & par la réfraction de 5' au nord, c'est-à-dire qu'il aura paru 7' au midi des Armilles. Il faut donc ajouter 15' à la longitude & l'erreur sera seulement \mp 19'.

Mais malgré ces corrections le 8e diffère beaucoup du 4e, quoique observé dans les mêmes circonstances & puisque le quatrième est cité comme très bien observé, il y a lieu de croire que le 8e mérite moins de confiance.

IX. Le dernier équinoxe d'HIPPARQUE rapporté à la 50e année de la 3e période, s'accorde avec le précédent & tombe au 23 Mars 127, 4 h. 15' tems moyen au méridien de Paris; l'erreur des tables est \mp 31', mais comme il fut observé le soir, je puis augmenter la longitude de 15' & l'erreur sera \mp 16', il s'accordera avec le précédent.

Si l'on le compare avec le 5e en prenant l'observation du matin, sans correction de réfraction on voit qu'ils ne diffèrent que de $3\frac{1}{2}$ h. & comme le 9e fut observé le soir, cela prouve que les Armilles étaient bien orientées, car le 5e arrivé le matin aurait paru plutôt, & le 9e observé le soir aurait paru plus tard, si la partie orientale des Armilles eut été trop au midi, & la partie occidentale trop au nord.

Si l'on rassemble les erreurs des tables pour les 8 équinoxes, sans y faire aucune correction on trouve la somme des erreurs positives à peu près égale à la somme des erreurs négatives; en sorte que la durée de l'année, que nous avons supposée 365 j. 5 h. 48'. 49'' satisfait à ces 9 observations. Mais il en faut oter 3'' pour l'inégalité, dont nous parlerons bientôt, & l'on aura 46'' seulement (en retranchant le premier équinoxe on trouverait 50'') pour le siècle où nous sommes.

Si l'on fait usage de toutes les corrections, que nous avons indiquées dans la discussion de chaque observation on trouvera l'erreur moyenne \mp 2 $\frac{1}{2}$ ', alors le mouvement séculaire devra être diminué de 7'', & la durée de l'année augmentée de 2'', c'est-à-dire, on aura 48'' au lieu de 46''.

Si l'on ne prend que trois équinoxes de printemps & trois équinoxes d'automne pour compenser les erreurs dernières on trouvera 51''.



Si l'on considère les équinoxes 3 & 5, observés à midi & indépendamment des réfractions, on a l'erreur moyenne des tables $\mp 2\frac{1}{2}$, ce qui donne $48''$.

Si l'on compare les deux équinoxes 1 & 9, observés tous les deux le soir, on ne trouvera que $45''$, mais si au lieu du premier, on prend le 7^e, on trouvera $59''$, le milieu est $52''$.

Ainsi je trouve par les discussions les plus vraisemblables $48''$, & le milieu entre mes différentes combinaisons est encore à peu près $48''$. Je crois donc pouvoir dire que la durée de l'année, qui résulte des observations d'HIPPARQUE est pour ce siècle-ci de 365 j. 5 h. $48'$. $48''$. Je dis pour ce siècle-ci, parce qu'il y a deux causes qui font paraître la durée de l'année plus longue dans les siècles éloignés en supposant que la véritable révolution soit la même.

On fait que l'attraction de Jupiter & de Vénus en déplaçant l'orbite de la terre, change la précession des équinoxes & l'obliquité de l'écliptique; ayant déterminé par les observations les plus exactes, comparées avec celles du dernier siècle la variation séculaire de l'obliquité de l'écliptique de $33''$, j'en ai conclu que la précession des équinoxes produite par l'action des planètes est de $7''$, 8. dans ce siècle-ci, mais qu'elle était de $34''$ 4. dans le premier siècle de notre ère, la différence est de $26''$, qui font $6''$, 5. sur la durée de l'année, & $7''$, 3. pour le tems d'HIPPARQUE, donc cette durée était plus longue qu'elle n'est actuellement.

Mais il y a dans la précession des équinoxes une petite variation qui produit l'effet contraire. L'obliquité de l'écliptique est plus petite actuellement d'environ neuf minutes, qu'elle n'était dans le premier siècle; or la précession Lunisolaire est comme le cosinus de l'obliquité de l'écliptique, de là il suit, qu'elle est moindre dans ce siècle-ci de $6''$, & la durée de l'année tropique plus grande de $1\frac{1}{2}''$, ce qui fait $1''$, 7 pour le tems d'HIPPARQUE.

En rassemblant ces deux effets on a $5''$, 6, dont l'année est plus courte qu'au tems d'HIPPARQUE; il faut donc ôter $2''$, 8. de la durée moyenne déduite des observations d'HIPPARQUE, comparées avec les nôtres si l'on veut avoir la durée de l'année dans ce siècle, voilà pourquoi j'ai ôté $3''$ en nombres ronds de la durée que j'avais trouvée ci-dessus immédiatement par les observations d'HIPPARQUE.

Après avoir vu tout ce que l'on peut tirer des observations d'HIPPARQUE, il faudrait faire usage de celles de PTOLEME'E; mais les 3 équinoxes de PTOLEME'E des



des années 132, 139 & 140, ne s'accordent point du tout avec ceux d'HIPPARQUE; c'est ce que l'on a remarqué bien des fois, spécialement BOULLIAUD, qui les a rejetés dans ses recherches sur la théorie du Soleil. *Cum Hipparchi observationibus non est operæ pretium conferre Ptolemaicas, nam à Ptolemao eadem anni quantitas est retenta — — — Cum Ptolemaus tam secure acquieverit Hipparcho qui in anni definitione errore non vacat, observationes Ptolemaei quæ Hipparchi inventis accomodatæ sunt, sine veritatis detrimento & citra contemptum viri tam excellentis dimitti possunt.* (BULLIALDI *Astronomia philolaica* 1645. p. 64. 70. 73.) Mr. CASSINI trouvait aussi par les observations de PTOLEME'E, une minute de moins pour la durée de l'année que pour celles d'HIPPARQUE. (*Elém. d'Astron.* p. 21.)

C'est cette différence, qui fit croire à Mr. EULER qu'il pouvait y avoir une accélération dans le mouvement de la terre, & il employe en effet dans ses tables une équation séculaire de 41 minutes pour le tems de PTOLEME'E, *Euleri opuscula* 1746. p. 137. 141.

Dans la suite Mr. EULER pensa qu'il pouvait y avoir un jour d'erreur dans la réduction du calendrier de PTOLEME'E, *philosophical Transactions for the years* 1749. 1750. Vol. XLVI. p. 356. Mais cette explication n'est pas admissible, parceque les lieux de la Lune, rapportés par PTOLEME'E, fixent incontestablement les dates dont il se sert. D'ailleurs on a reconnu de plusieurs manières différentes l'inexactitude des observations que PTOLEME'E dit avoir faites. V. M. Le MONNIER, *Institutions astron.* Préface p. xjx. & xxjjj. LA HIRE *Mémoires de l'Ac.* 1716. p. 295. *Mémoires* 1757. p. 420. HALLEY *præfatio ad obs. Jac. Pound.*

Il faut donc absolument rejeter les trois équinoxes de PTOLEME'E; alors tout rentre dans l'ordre, & il n'y a plus de différence sensible entre les observations des différens siècles; elles donnent toutes 365 j. 5 h. 48' 48'' à peu de chose près, comme on le verra par la suite de cette dissertation.

Ce furent ces observations de PTOLEME'E, qui obligèrent THEBIT, auteur arabe, à imaginer le mouvement de trépidation par lequel il faisait parcourir de petits cercles aux points équinoxiaux, ce qui expliquait le changement de l'année en même tems que celui de l'écliptique.

Après PTOLEME'E nous ne trouvons point d'observation positive des équinoxes avant celle d'ALBATE'GNIUS rapportée dans son livre *de Scientia stellarum*, Cap. 27. p. 67. *édit. Bonon.* 1645. Il observa à Racah ou Aracta en Syrie, près de l'ancienne Ninive à 36°. de latitude & 40' de tems à l'orient d'Alexandrie;



& son observation réduite au Calendrier Julien tombe au 18 Sept. 882, 10 h. 36'. tems moyen au méridien de Paris. Il compare cette observation avec un des équinoxes de PROLEME'E de l'an 139, & il trouve 365 j. 5 h. 46'. 24''; il eut trouvé d'avantage s'il se fut servi d'une observation d'HIPPARQUE.

On ne trouve ni la méthode, ni les détails de cette observation; elle est d'ailleurs unique, aussi plusieurs auteurs l'ont rejetée, comme le remarque RICCIOLI (*Ast. ref.* p. 9.); mais ayant vû dans le chapitre 28. d'ALBATEGNIUS, de quoi conclure un second équinoxe qui sert à discuter le premier, j'ai crû qu'on pouvait en tirer une conséquence plus certaine; BOUILLAUD conjecturant que c'était par des hauteurs méridiennes, qu'ALBATEGNIUS l'avait déterminé y fait une correction de parallaxe, & ajoute 1 h. 6' au tems de l'équinoxe indiqué par cet auteur; mais en prenant un équinoxe de printems & un équinoxe d'automne, ils se rectifieront l'un par l'autre, la détermination sera beaucoup plus sûre, & je ne ferai point obligé d'employer la réfraction, ni la parallaxe.

ALBATEGNIUS nous dit donc, qu'entre cet équinoxe & le suivant il y avait 178 j. 14 h. 30', d'où il suit que le dernier arriva le 16 Mars 883, à 1 h. 13'. or en calculant les lieux du Soleil pour ces deux équinoxes, je trouve la correction des tables \mp 0' 24'', & \mp 8' 23'', l'erreur moyenne est 4' 24''. Ce qui donnerait pour la durée actuelle de l'année 365 j. 5 h. 48'. 52'', c'est-à-dire 4'' de plus que nous n'avons trouvé par les observations d'HIPPARQUE.

Mais l'erreur de 4' 24'', en suppose une d'une minute & un quart sur les hauteurs du Soleil, car il y a d'abord 43'' de réfractions moins 5'' de parallaxe, qui devaient faire paraître l'équinoxe du printems 38' trop tôt & celui d'automne 38' trop tard; c'est une heure 16', qu'on doit ajouter à l'intervale des deux équinoxes, assigné par ALBATEGNIUS, la différence qui reste ne passe pas les bornes naturelles de la précision de ces tems là.

En effet on voit par le même chapitre d'ALBATEGNIUS, qu'il ne pouvait pas s'assurer d'une plus grande exactitude, car à la page 69 il dit, qu'il a trouvé l'intervale entre l'équinoxe de printems & celui d'automne 186 j. 14 $\frac{1}{2}$ h., & cet intervalle ajouté au précédent donne 34' de moins que la durée de l'année, ce qui suppose 34'' d'erreur sur une des hauteurs, qui aurait servi à trouver l'intervale, de plus que sur l'autre, quoique chacune fut le résultat, ou le milieu de beaucoup d'observations faites avec soin. Il est cependant plus facile d'avoir l'égalité des hauteurs, que d'avoir une hauteur absolue, telle que nous sommes forcés

forcés de l'employer pour l'équinoxe du 18 Sept. 882. Il est donc très possible qu'il y ait une erreur d'une minute dans cette hauteur, & cela suffit pour produire la différence de 4'', que je trouve par les observations d'ALBATEGNIUS de plus que par les observations d'HIPPARQUE.

Il y a aussi des observations de Cocheou-King, faites à la Chine, qui sont rapportées par le P. GAUBIL dans son *histoire de l'astronomie chinoise* page 107. & Mr. DE LA CAILLE ayant comparé deux solstices des années 1279 & 1280, avec les siens trouve la durée de l'année 365 j. 5 h. 48'. 49''. (*Mém. de l'acad. 1757. p. 140.*) il en faut ôter une seconde pour la réduire à ce siècle-ci, & l'on trouve 365 j. 5 h. 48'. 48'', comme par les observations d'HIPPARQUE.

Après les observations arabes & chinoises nous trouvons celles de WALTHERUS, le premier restaurateur de l'astronomie, depuis les siècles d'ignorance, faites depuis 1477 jusqu'en 1503; mais ses observations ont été discutées plusieurs fois.

Mr. CASSINI dans ses *éléments d'astronomie* (p. 222.) a calculé onze équinoxes, qui lui donnent 51''.

Mr. l'Abbé DE LA CAILLE dans ses *Mémoires de 1749. p. 58.* calcule avec soin les solstices des 12 Dec. 1487, 11 Juin 1488, 12 Juin & 12 Dec. 1503; il les déduit de 40 observations de hauteurs égales du Soleil, prises dans les circonstances les plus favorables, discutées avec le soin & la sagacité que cet habile astronome mettait à tous ses ouvrages, & il trouve 46'', le milieu est 48 $\frac{1}{2}$ ''.

Enfin dans les *Mémoires de 1757. p. 139.* ayant discuté de nouveau ces solstices & les comparant à un plus grand nombre de nouvelles observations il trouve 49''. Il en faut ôter une demi seconde pour la réduction à ce siècle-ci, & l'on a 48 $\frac{1}{2}$ ''.

Mais les 22 équinoxes, observés par TYCHO BRAHE' depuis 1584 jusqu'à 1597 font encore plus décisifs, & je les regarde comme un des meilleurs fondemens sur lesquels on puisse établir la véritable durée de l'année. Mr. CASSINI dans ses *éléments d'astronomie* (p. 228.) rapporte les comparaisons de 19 équinoxes, observés par TYCHO depuis 1584 jusqu'à 1597, avec 8 équinoxes observés à Paris depuis 1713 jusqu'à 1717; le milieu entre ces 19 observations lui donne 365 j. 5 h. 48'. 47''. Ce qui est aussi le dernier résultat de toutes les comparaisons, anciennes & modernes (p. 232). Mais j'observe que par ce moyen l'on n'a que le résultat de 19 combinaisons faites deux à deux, & non pas le milieu



milieu entre toutes les observations anciennes, comparées à toutes les observations modernes; au lieu qu'en prenant l'erreur moyenne des tables pour les premières & ensuite l'erreur moyenne pour les autres, l'on a véritablement le résultat moyen de toutes les combinaisons possibles, & c'est le parti que j'ai pris pour avoir le résultat des équinoxes de TYCHO BRAHE', en y ajoutant ceux que Mr. CASSINI n'avait pas calculés, savoir un de 1591 & deux de 1593, d'après les manuscrits; les observations de cette année 1593 n'ayant jamais été imprimées, si ce n'est en partie dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour 1757 & 1763.

Le 10 Mars 1593 la déclinaison du Soleil par un milieu entre quatre observations fut observée de $3' 55''$; d'où je conclus que l'équinoxe arriva à 4 h. $44\frac{1}{2}'$ T. M. au méridien de Paris.

Le 13 Septembre 1593 la déclinaison du Soleil par un milieu entre 4 observations, parut de $5' 42''$; d'où je conclus l'équinoxe le 12 Septembre à 16 h. 6'.

Les observations de 1591 font dans le recueil imprimé; il est vrai qu'il n'y en a que pour le 8 Sept. cinq jours avant l'équinoxe, mais cela suffit pour le calculer en tenant compte des mouvemens du Soleil dans cet intervalle. La déclinaison, déduite de six observations est $2^{\circ} 3' 58''$; ce qui donne l'équinoxe au 13 Sept. 4 h. 57'.

J'ai aussi calculé les équinoxes de 1584, qui dans Mr. CASSINI s'écartaient trop des tables; le 14 Mars la déclinaison apparente fut observée de $1^{\circ} 34' 30''$; d'où il suit que l'équinoxe était arrivé le 10 Mars à 0 h. 38'. De même le 12 Sept. la déclinaison parut de $13' 5''$, ce qui donne l'équinoxe à 11 h. 29'.

Ces quatre équinoxes de 1584 & de 1593, dont deux de printems & deux d'automne, donnent pour la durée de l'année 365 j. 5 h. 48'. 48''.

Mais pour faire usage des 22 équinoxes, j'ai calculé le lieu du Soleil, par les tables pour chacun; ainsi qu'on le voit dans la table ci-jointe. J'ai trouvé l'erreur moyenne — $12''$ pour 160 ans, c'est-à-dire, qu'il faut ôter $12''$ des longitudes des tables pour les accorder avec ses observations; ainsi il faut augmenter de $7\frac{1}{2}''$ le mouvement séculaire des tables, ce qui donnerait 365 j. 5 h. 48''. 47''. Si l'on retranche les cinq équinoxes, où l'erreur passe deux minutes on trouvera 48''; mais il y aura pour lors 7 équinoxes de printems & de



& 10 d'automne; ce qui n'établira pas une exacte compensation des erreurs, dans les instrumens, dans les réfractions, & dans la hauteur du Pole.

Au contraire, si sur les 22 équinoxes, dont 12 d'automne & 10 de printemps, on en ote deux d'automne, pour que les nombres soient égaux, en choisissant les équinoxes 2 & 10, qui s'écartent le plus des autres, on trouve 45".

Enfin, si l'on ne prend que 10 équinoxes, 5 de printemps & 5 d'automne, en retranchant ceux, où l'erreur est la plus grande, on trouve l'erreur moyenne des tables — 20"; ce qui donne 46".

Il paraît donc, que par ces observations de Tycho, on trouve la durée de l'année 365 j. 5 h. 48' 46". C'est deux secondes de moins que par les observations d'Hipparque; voilà à peu près l'incertitude que nous laissent les observations du 16^e siècle, ou des siècles plus éloignés.

Les observations du dernier siècle méritent autant de considération que les anciennes à raison de leur exactitude, qui compense le peu d'intervale. Celles d'HEVELIUS sont en très grand nombre, mais comme il ne se servait point de lunettes sur ses instrumens, je n'ai point entrepris de les discuter; ayant un grand nombre d'observations de Flamsteed.

Le P. RICCIOLI rapporte plusieurs équinoxes, observés à Bologne, dans son *Ast. ref.* p. 13; mais comme il n'y en a que deux d'automne, je n'en prendrai que quatre, & j'en ajouterai deux de Mr. CASSINI.

Dates des équinoxes, tems moyen à Paris.		Erreurs des tables.
1584.	10 Mars. oh. 47'	— 1'. 55"
1584.	12 Sept. 11. 12.	✦ 1. 50.
1585.	10 Mars 6. 52.	— 2. 35.
1585.	12 Sept. 17. 4.	— 0. 36.
1586.	10 Mars 12. 42.	— 2. 37.
1586.	12 Sept. 23. 7.	✦ 1. 49.
1587.	10 Mars 17. 56.	— 1. 13.
1587.	13 Sept. 5. 38.	✦ 0. 5.
1588.	10 Mars 0. 17.	— 2. 30.
1588.	12 Sept. 10. 36.	✦ 2. 10.
1589.	10 Mars 5. 6.	— 0. 2.
1589.	12 Sept. 16. 50.	✦ 1. 8.
1590.	10 Mars 11. 15.	— 0. 53.
1590.	12 Sept. 22. 53.	✦ 0. 32.
1591.	13 Sept. 4. 57.	— 0. 5.
1592.	12 Sept. 10. 30.	✦ 0. 34.
1593.	10 Mars 4. 44.	— 0. 58.
1593.	12 Sept. 16. 6.	✦ 1. 5.
1594.	10 Mars 11. 25.	— 0. 38.
1594.	12 Sept. 22. 27.	— 0. 12.
1595.	13 Sept. 13. 34.	✦ 1. 29.
1597.	10 Mars 4. 14.	— 1. 41.

Tems vrai à Bologne.	T. M. à Paris	Erreur.
1641. 22 Sept. 9 h. 30'	8 h. 47'	— 3' 1"
1642. 20 Mars 0. 38.	0. 9.	✦ 2. 23.
1643. 20 Mars 6. 30.	6. 1.	✦ 2. 50.
1643. 22 Sept. 21. 20.	20. 37.	— 3. 56.
1655. 22 Sept. 18. 43.	18. 0.	— 2. 56.
1656. 19 Mars 9. 51.	9. 22.	✦ 3. 20.

D

l'erreur



l'erreur moyenne est $- 13''$ pour un siècle, ce qui donne $3''$, à oter de la durée de l'année, & l'on aura 365 j. 5 h. 48' 46''.

Nous n'avons point d'équinoxes déterminés dans le dernier siècle, avec plus d'exactitude & avec de plus grands instrumens que ceux de 1672 & 1673 à Cayenne, par RICHER, dans le fameux voyage qui fit connaître pour la première fois l'effet de la pesanteur pour l'aplatissement de la terre, par l'accourcissement du pendule, & qui procura les premiers élémens certains pour la théorie du Soleil.

Le premier de ces équinoxes, arriva le 21 Sept. 1672 à 16 h. $2\frac{1}{2}'$ de tems moyen, suivant Mr. CASSINI, ou 19 h. 41' à Paris; le second arriva le 19 Mars 1673 à 13 h. 24'; je trouve l'erreur des tables pour l'un $- 3''$, & pour l'autre $+ 17''$; l'erreur moyenne est donc $+ 7''$ pour 77 ans, ce qui donne $9''$, à oter du mouvement séculaire, en sorte que la durée de l'année ferait 51''. Ainsi le milieu entre les observations de Bologne & celles de Cayenne approche de 48'' en donnant autant à celles-ci à cause de leur exactitude, qu'aux autres à cause de leur nombre.

Dans le même tems PICARD, RÖMER & LA HIRE observaient à Paris, & l'on trouve une partie de leurs observations dans *l'Histoire céleste*, publiée par Mr. LE MONNIER, en 1746; mais il ne dissimule pas l'imperfection des divisions des instrumens, dont on se servait alors à Paris; aussi chercha-t-on à s'en garantir, ainsi que de l'incertitude des réfractions par des méthodes ingénieuses, dont il me reste à parler.

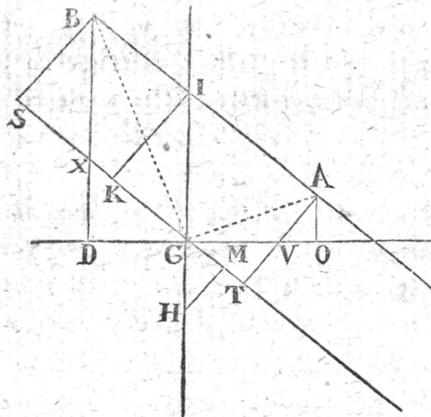
La méthode de déterminer les équinoxes indépendamment des réfractions, ou même de la hauteur du Pole a occupé plusieurs Astronomes habiles, tels que PICARD, RÖMER, DE L'ISLE, HORREBOW; ainsi je dois examiner ici, quel avantage on peut en esperer & si l'on a des observations de cette espèce, dont on puisse faire usage.

RÖMER fut le premier qui entreprit de déterminer les équinoxes indépendamment des réfractions, en observant les passages du Soleil par des verticaux connus à l'orient & à l'occident; Mr. HORREBOW l'explique dans son ouvrage, intitulé: *Basis Astronomia*, art. 261 & suivant; à l'occasion de la lunette contre-pointée, dont RÖMER se servait pour cet effet (*Amphioptera, tubus anceps seu reciprocus*).

Mais je vais rendre cette méthode plus simple, en l'appliquant à des exemples; on verra qu'elle ne suppose que la hauteur du Pole & l'heure des obser-



observations, enforte qu'il suffit d'un quart de cercle très commun, sans qu'on ait besoin de la grandeur du rayon, ni de l'exactitude des divisions.



Soit DO l'horizon, ST l'équateur, IH le premier vertical, faisant avec l'équateur l'angle ICK ou HCM, égal à la hauteur du Pole, supposée connue; que le Soleil ait passé par ce premier vertical, en quelque point, comme en I ou en H. Si par ces points l'on imagine les cercles de déclinaisons IK, HM, qui coupent sur l'équateur les arcs CK, CM, depuis le point C du véritable orient, ou du véritable occident; il est évident que comparant le tems vrai, du passage du centre du Soleil, aux points

I ou H, avec 6 heures du matin ou du soir, l'on en conclura la valeur des arcs de l'équateur CK ou CM; ainsi dans les triangles CKI, CHM, connaissant les arcs CK, CM, & les angles en C, égaux à la hauteur du pole l'on en pourra conclure la déclinaison KI, ou MH du Soleil, septentrionale ou méridionale, suivant que le point C représentera le véritable orient ou le véritable occident; & suivant que le tems vrai du passage du Soleil par les points I ou H fera arrivé avant ou après 6 heures.

On peut aussi observer le Soleil aux points A & B par deux verticaux BD, AO, également distants du premier vertical IC, l'on en conclut la déclinaison du Soleil AT ou BS, pourvu que l'on connaisse la hauteur du pole & les tems vrais des passages du Soleil par les deux verticaux. En effet concevons par les points A, B, les cercles de déclinaison AT, BS, qui retranchent de l'équateur les arcs CT, CS, lesquels feront connus en comparant avec 6 heures les tems que le Soleil passe par ces verticaux; si A est le point qui répond au premier de ces momens, l'on supposera que le Soleil ait une certaine déclinaison AT, approchante de la véritable; dans le triangle ATC, rectangle en C, connaissant les deux cotés de l'angle droit, on pourra en conclure l'hypothénuse AC & l'angle ACT; cet angle ACT étant comparé avec l'angle OCT, que fait l'équateur avec l'horizon, l'on aura l'angle ACO; ainsi dans le triangle ACO, rectangle en O, connaissant l'angle C & l'hypothénuse AC, l'on en pourra conclure la base CO,



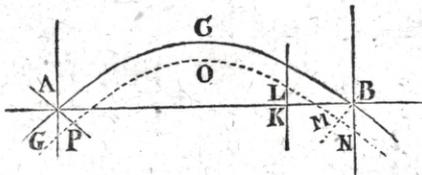
qui est la distance du vertical AO au premier vertical CD. L'on supposera ensuite la déclinaison BS du Soleil plus grande ou plus petite que AT, de la quantité, dont on fait que le Soleil a changé de déclinaison dans l'intervalle de son passage, du point A au point B; la déclinaison BS étant donc supposée connue de même que l'arc SC; si l'on imagine le triangle BCS, rectangle en S, on pourra calculer l'hypothénuse BC & l'angle oblique BCS. Cet angle étant comparé avec l'angle SCD, que fait l'équateur sur l'horizon, il en résultera l'angle BCD; ainsi dans le triangle sphérique BCD, rectangle en D, connaissant l'hypothénuse BC & l'angle BCD, l'on pourra calculer l'arc CD, qui mesure la distance du vertical BD au premier vertical IC. L'on comparera cet arc CD avec l'arc CO, trouvé ci-devant, pour voir s'ils sont égaux; s'ils le sont les déclinaisons AT, BS, que l'on a supposées sont les véritables & celles qui conviennent au moment du passage du Soleil par les points A, B. Mais si les arcs CD, CO, ne sont pas égaux, il faudra supposer les déclinaisons AT & BS, plus grandes ou plus petites que l'on ne les avait supposées d'abord: l'inspection seule de la figure fait voir que prenant une déclinaison plus grande sur AT, l'arc CO doit être plus grand; & qu'en prenant de même la déclinaison BS plus grande sans changer l'heure ou la situation BS, l'arc CD est plus petit; ainsi la déclinaison qui doit rendre égaux les deux arcs CO, CD est déterminée.

Si l'on connaît par la mesure actuelle les distances égales OC, CD, de chaque vertical au premier, le problème en sera plus simple, il ne faudra qu'une seule observation du passage du Soleil par un vertical pour en conclure la déclinaison du Soleil dans ce tems là; car soit A le point de ce passage, CT l'arc de l'équateur connu par la comparaison du tems vrai, auquel le Soleil est en A. Que le cercle de déclinaison AT, prolongé s'il est nécessaire, rencontre l'horizon au point V. Dans le triangle CVT, rectangle en T, connaissant le côté CT & l'angle en C, l'on pourra conclure l'angle CVT, l'hypothénuse CV & le troisième côté VT. Mais si de OC, que je suppose connu l'on en ôte CV que l'on vient de connaître, il restera VO. Que l'on considère présentement le triangle AVO, rectangle en O, dans lequel on connaît outre le côté VO, l'angle AVO, égal à l'angle CVT; l'on pourra connaître l'hypothénuse AV, qui étant ajoutée à VT, la somme AT fera la déclinaison cherchée; d'où l'on conclurait le tems de l'équinoxe par le moyen du mouvement diurne en déclinaison.



RÖMER ayant fait de ces fortes d'observations à Paris en 1675, en avait conclu la déclinaison du Soleil de $45' 18''$ pour le 24 Sept. 1675, à 12 h. de tems vrai; ainsi l'équinoxe dut arriver le 22 Sept. 1675 à 13 h. 40'. Mr. HORREBOW a déduit de la même observation la déclinaison du Soleil de $45' 20''$, (*Basis astronomia* N^o. 272. p. 111.) Ce qui donne l'équinoxe à 13 h. 38', ou 13 h. $30\frac{1}{2}'$ de tems moyen.

PICARD s'occupa aussi de pareilles observations; je vais rapporter celles de 1675, d'après son journal manuscrit & j'en donnerai le calcul pour les comparer avec celles de RÖMER.



Le 19 Mars 1675 au Soleil couchant PICARD observa le passage des bords du Soleil par un vertical AG, distant d'un point connu & déterminé sur le village de l'Hay de $91^{\circ} 4' 10''$, il passa à 5 h. $57' 49'' 49'''$ tems vrai; je suppose que BN est la partie opposée

du vertical AG à 180° de distance, ACB l'équateur, GON le parrallele du Soleil.

Le 20 Mars au Soleil levant, le Soleil passa par un vertical KL, distant du même point du village de l'Hay de $88^{\circ} 12' 55''$, il était 6 h. $0' 13'' 16'''$ la distance des verticaux est de $179^{\circ} 17' 5''$, c'est-à-dire que KB est de $42' 55''$ & comme l'angle L est de $48^{\circ} 50'$, il s'enfuit que LN est de $57' 1''$; la différence des tems est de 11 h. $57' 36'' 27'''$, enforte que la somme GOL des angles horaires est de $179^{\circ} 24' 7''$; ainsi GON, somme de GOL & de LN, est de $180^{\circ} 21' 8''$ & GP moitié de l'excès de GON sur le demi cercle POM, est de $10' 34''$, d'où il suit que AP est de $12' 5''$; c'est la déclinaison méridionale du Soleil pour le tems qui est intermediaire entre les deux observations, ou pour minuit à très peuprés.

PICARD fit de pareilles observations le 21 Mars au lever & au coucher du Soleil, & le 22 à son lever, voici toutes ses observations.

1	19 Mars	5 h.	$57' 49'' 49'''$	En comparant les observations 3 & 4 on trouve BK = $38' 20''$, LN = $50' 55''$, PG = $20' 35''$ & AP = $23' 32''$. C'est la déclinaison pour le 21 Mars à midi.
2	19	18.	0. 13. 16.	
3	20	17.	58. 30. 46.	
4	21	5.	59. 9. 47.	
5	21	17.	54. 59. 54.	



En comparant les observations 4 & 5 on a $BK = 1^{\circ} 33' 20''$, $LN = 2^{\circ} 3' 59''$, $PG = 30' 45\frac{1}{2}''$ & $AP = 35' 11''$ déclinaison à minuit. Par le moyen de ces trois déclinaisons observées & du changement diurne en déclinaison $33' 40''$, il est facile de trouver à quelle heure le Soleil dut passer dans l'équateur, les résultats différent de $4'$ & de $11'$ de tems, mais en prenant un milieu je trouve l'équinoxe le 20 Mars à 0 h. $15'$ de tems vrai, ou 0 h. $18\frac{1}{2}'$ de tems moyen. En comparant cet équinoxe avec celui de RÖMER, rapporté ci-dessus, je trouve la différence égale à 186 jours 13 h. & $24'$ de tems vrai, ou $12'$ de tems moyen. L'erreur des tables est $\mp 2' 10''$ pour l'équinoxe du printems, & $- 1' 26''$ pour celui d'automne; ainsi l'erreur moyenne est $\mp 22''$ ce qui diminuerait de $5''$ la durée de l'année supposée dans les tables.

Pour accorder ces deux équinoxes il faudrait changer la hauteur de l'équateur, mais il est plus naturel de croire que la différence vient de ce que l'angle des deux verticaux du matin & du soir, n'était pas assez exactement déterminé; cela est en effet très difficile, & je pense que par cette raison l'on ne doit pas préférer ces fortes d'observations indépendamment de la l'irrégularité des réfractions, qui pourraient bien affecter peut-être la situation des verticaux, comme elle affecte la figure des objets.

Ce fut aussi dans l'intention d'éviter l'incertitude sur la hauteur du Pole, que Mr. BERNOULLI & Mr. EULER donnerent dans les Mémoires de Petersbourg pour 1729, leurs méthodes pour trouver la déclinaison d'un astre & la hauteur du Pole en observant trois fois la hauteur avec les intervalles de tems entre les trois observations.

MAYER (FRED. CRIST.) donna dans le volume de 1730 une méthode pour observer les déclinaisons & la hauteur du Pole par les différences de passages de deux étoiles à deux verticaux & almicantarats inconnus.

Mr. DE L'ISLE avait fait beaucoup d'observations à Petersbourg avant son voyage de Sibérie pour déterminer les déclinaisons du Soleil indépendamment des réfractions, Mr. G. HEINSIUS continua d'observer pour le même objet, les passages de Sirius & de la Lyre; où il faisait observer le plus souvent par Mr. MILH.

Après le départ de Mr. DE L'ISLE on enleva comme par force de son cabinet une copie qu'il avait commencé de faire de toutes ses observations, & on la remit à Mr. HEINSIUS qui donna pour lors une dissertation: *De declinationum*

Syderum



Syderum determinatione absque exacta elevationis aquatoris cognitione. Comment. petropol. 1740. p. 352. Mais je ne vois pas qu'il y ait fait usage de toutes ces observations, d'ailleurs il suppose dans sa méthode une différence de réfractions qui ferait perdre l'avantage de la méthode précédente.

Mais il y aurait un autre avantage de cette méthode, employée dans les grands observatoires en Dannemarck, en Suede & en Russie, vers 60° de latitude, on y trouverait un moyen de tripler l'effet de la réfraction & de déterminer ensemble & la latitude & la réfraction à 30° de hauteur, si l'on avait déterminé le moment de l'équinoxe par les amplitudes ortives & occases indépendamment des hauteurs, en suivant la méthode précédente. Je suppose qu'on observe près du Zénith une étoile qui douze heures après devra avoir 30° de hauteur méridienne, ainsi que le Soleil le jour de l'équinoxe; & connaissant le moment de l'équinoxe par les amplitudes, indépendamment des réfractions on aura la distance apparente du Zénith à l'équateur, affectée d'une réfraction. Quand l'étoile sera sous le pôle on aura la même distance affectée de deux réfractions & la somme contiendra trois fois la réfraction; ce qui donnera un moyen de la connaître. Supposons le Soleil observé à $30^{\circ} 2'$ dans le méridien au moment de l'équinoxe, & l'étoile qui a passé précisément au Zénith, observée ensuite sous le pôle à $30^{\circ} 2'$ de hauteur. La distance apparente de l'étoile à l'équateur est $59^{\circ} 58'$, quand l'étoile passe au Zénith; mais sous le pôle elle est de $119^{\circ} 56'$. Celle-ci est affectée de deux réfractions & la première ne l'est que d'une seule, ainsi le supplément $60^{\circ} 4'$ & celui de la hauteur observée, qui est $59^{\circ} 58'$ différent de $6'$, qui est le triple de la réfraction cherchée.

La seule erreur d'une pareille méthode est celle des divisions de l'instrument, mais cette erreur est triplée parcequ'on employe ici trois observations. On comprend bien qu'il n'arrivera jamais que le Soleil passe au méridien, précisément au moment de l'équinoxe & que l'étoile passe précisément au Zénith; mais quand les différences sont petites on y supplée par des réductions qui ne produisent point d'erreur, parcequ'elles sont suffisamment connues.

La meilleure maniere d'employer la méthode, que je viens d'expliquer pour les équinoxes consisterait à comparer le Soleil à une étoile fixe par le moyen de l'instrument transitoire du célèbre RÖMER; on trouverait les tems où le Soleil a été dans des situations opposées ou différentes de 180° & en même tems à égale hauteur dans le méridien; or ces tems de l'année sont nécessairement ceux

des



des équinoxes, on ne saurait trouver deux autres points de l'écliptique opposés de 180° , & qui passent à la même hauteur apparente au-dessus de l'horizon. Ces observations peuvent se faire non seulement dans le méridien, mais encore dans tout autre vertical, ou l'on aurait fixé une lunette invariable pour y attendre le Soleil deux fois l'année.

Mais je crois que la méthode la plus générale, consiste à déterminer les lieux du Soleil en le comparant avec la même étoile, quand il est au même parallèle dans les signes ascendants & dans les signes descendans, ainsi que l'ont fait FLAMSTEAD dans ses Prolegomènes, Mr. LE MONNIER dans son *Histoire céleste* & Mr. DE LA CAILLE dans ses fondemens de l'astronomie, & dans les mémoires de l'Académie des Sciences. Par ce moyen l'on a l'équation de l'orbite du Soleil indépendamment de la hauteur du pôle & des réfractions. Cette équation étant connue on peut par les seules hauteurs méridiennes du Soleil, prises au printemps & en automne, lorsqu'il est à la même déclinaison trouver sa longitude autant de fois que l'on veut, & comme les erreurs qu'on aurait commises sur la hauteur du pôle, sur les réfractions & même sur l'équation de l'orbite solaire se compenseraient & se détruiraient mutuellement dans les deux Saisons opposées on n'en aurait pas moins exactement l'époque de la longitude moyenne du Soleil dans une année quelconque faisant les mêmes calculs pour deux années très éloignées, on aura la longueur de l'année solaire avec toute la précision qu'il est possible d'atteindre actuellement.

Je vais donc m'arrêter spécialement aux observations de FLAMSTEAD, comme les plus exactes & les plus nombreuses que nous ayons du dernier siècle; je les crois bien plus propres à déterminer la longueur de l'année, que celles d'HIPPARQUE; elles sont à la vérité 30 fois moins éloignées, mais elles sont 60 fois plus exactes, puisque nous trouvons des différences de $24'$ dans les anciennes tandis qu'elles ne sont guères que de $24''$ dans celles de FLAMSTEAD. Ainsi le mural de FLAMSTEAD, avec lequel il commença le 19 Septembre 1689 une suite d'observations donne autant de précision que les observations d'HIPPARQUE, d'ailleurs l'incertitude est plus que compensée par la multitude d'observations.

FLAMSTEAD employant ses nouvelles observations à déterminer toutes les circonstances des mouvemens célestes, trouva la durée de l'année $365 \text{ j. } 5 \text{ h. } 48 \text{ } 57\frac{1}{2}''$, & Mr. HALLEY la diminua de $2''$ seulement. Mais les observations de TYCHO BRAHE, dont il se servait principalement, étaient trop peu éloignées des
siennes,



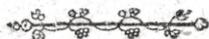
fiennes, c'est probablement la raison, qui lui fit trouver la durée de l'année trop longue; mais ses propres observations nous serviront à réformer ses déterminations.

Les premières observations exactes, qu'on ait faites par l'excellente méthode de FLAMSTEAD, pour la détermination des équinoxes, sont calculées dans le troisième volume de *l'Histoire céleste*, pag. 137-140; où l'auteur les employe comme des positions choisies, pour en déduire la longueur de l'année; je vais les rapporter ici avec l'erreur des tables pour chacune.

		Lieu du Soleil.	Erreur.
1690.	17 Mars 0 h. 17' 42"	II S. 27° 21' 47"	⊕ 28"
1690.	25 Sept. 0. 0. 41.	6. 2. 45. 37.	— 31.
1691.	19 Mars 0. 17. 10.	II. 29. 6. 14.	⊕ 49.
1693.	25 Sept. 0. 0. 35.	6. 3. 1. 0.	— 90.

Si l'on ne considère que les deux premières observations, l'erreur moyenne des tables sera nulle; mais il s'en suivra qu'il faudrait ajouter environ 30" à la plus grande équation du Soleil, qui est employée dans les tables de MAYER & de LA CAILLE pour satisfaire à ces deux observations, aussi FLAMSTEAD la faisait-il plus grande de 49", peut-être d'après ces mêmes observations. Mais comme cette équation a été déterminée avec beaucoup d'exactitude par un grand nombre d'observations vers 1750, il est naturel de croire qu'il y avait 30" d'erreur dans ces premières observations; ce qui n'est pas extraordinaire, puisque FLAMSTEAD trouvait quelque fois des différences d'une minute, comme il en convient (p. 147). En ne considérant que ces deux observations de 1690, on trouverait la durée de l'année de 365 j. 5 h. 48' 49". Si on les employe toutes les quatre on aura pour l'erreur moyenne des tables — 11", ce qui fait 18" pour le mouvement séculaire & cela diminuerait l'année de 4".

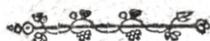
Mais dans les tables de FLAMSTEAD, publiées dans les *Institutions astronomiques en 1746*, on trouve l'époque des longitudes moyennes pour 1690 exactement comme par les tables de LA CAILLE, ce qui me donne lieu de croire qu'un plus grand nombre d'observations qui ne sont pas rapportées dans FLAMSTEAD, lui avaient fait trouver la longitude telle qu'il l'employe dans ses tables & que par conséquent la durée de l'année est en effet par ses observations de 365 j. 5 h. 48' 49".



Pour m'en assurer j'ai pris le parti de réduire cinquante observations de FLAMSTEAD faites avant & après les deux équinoxes ; je les ai calculées par les tables & je vais les rapporter avec l'erreur des tables pour chacune. Ces observations sont tirées de l'*Histoire céleste*, livre II. pag. 1-101, j'y ai appliqué la réfraction & la parallaxe, mais comme il y a autant d'observations de printems que d'observations d'automne, l'erreur qui pourrait résulter de ces élémens est compensée, ainsi que celles de la hauteur de l'équateur & de la situation du premier point de la division, c'est-à-dire de l'erreur de son mural.

Observations de FLAMSTEAD, réduites au nouveau style & comparées avec les tables.

	Temps moyen à Paris.				Déclinaison vraie.		Longitude observée.			Correction des tables	
1	1689	22 Sept.	0 h.	2'	0°. 1' 34''	0 S.	0°.	3'	56''	+	25''
2	1689	24 Sept.	0	1	0 48 39	6	2	2	8	+	42
3	1689	28 Sept.	0	0	2 22 29	6	5	58	9	+	31
4	1689	29 Sept.	23	59	3 9 7	6	7	55	56	-	3
5	1689	18 Oct.	23	54	10 20 32	6	26	46	47	+	36
6	1689	21 Oct.	23	54	11 24 49	6	29	46	48	+	54
7	1690	17 Févr.	0	24	12 24 40	10	27	21	20	+	6
8	1690	18 Févr.	0	24	11 21 31	11	0	22	36	-	19
9	1690	28 Févr.	0	23	7 40 36	11	10	24	40	-	3
10	1690	17 Mars	0	18	1 3 13	11	27	21	17	-	42
11	1690	21 Mars	0	16	0 31 41	0	1	19	31	+	28
12	1690	22 Mars	0	16	0 55 10	0	2	18	23	-	1
13	1690	23 Mars	0	16	1 18 51	0	3	17	58	+	17
14	1690	24 Mars	0	15	1 42 17	0	4	16	54	-	6
15	1690	25 Mars	0	15	2 5 50	0	5	16	11	+	5
16	1690	5 Avril	0	12	6 20 26	0	16	5	31	+	5
17	1690	6 Avril	0	11	6 43 8	0	17	4	34	+	24
18	1690	7 Avril	0	11	7 5 38	0	18	3	23	+	12
19	1690	13 Avril	0	10	9 17 54	0	23	55	27	.	0
20	1690	17 Avril	0	9	10 43 2	0	27	49	20	-	12
21	1690	20 Avril	0	8	11 45 16	1	0	45	0	+	1
22	1690	23 Avril	0	7	12 45 41	1	3	40	10	+	25



23	1690	24 Avril	o.h.	7'	13° 5'	13''	I S.	4° 37'	54''	—	7''
24	1690	17 Août	o	13	13 16	7	4	24 50	38	+	33
25	1690	18 Août	o	13	12 56	48	4	25 47	3	—	42
26	1690	26 Août	o	11	10 14	20	5	3 30	16	+	3
27	1690	31 Août	o	9	8 27	10	5	8 21	3	—	45
28	1690	1 Sept.	o	9	8 5	22	5	9 19	5	—	56
29	1690	2 Sept.	o	8	7 43	10	5	10 17	53	+	28
30	1690	4 Sept.	o	8	6 59	0	5	12 14	0	—	49
31	1690	7 Sept.	o	7	5 51	45	5	15 8	46	—	75
32	1690	12 Sept.	o	5	3 57	20	5	20 1	48	—	34
33	1690	17 Sept.	o	3	2 1	30	5	24 54	44	—	40
34	1690	20 Sept.	o	2	0 50	59	5	27 52	1	+	23
35	1690	21 Sept.	o	2	0 27	42	5	28 50	28	.	0
36	1690	24 Sept.	o	1	0 42	30	0	1 46	41	—	28
37	1690	25 Sept.	o	1	1 5	56	2	2 45	32	—	38
38	1690	26 Sept.	o	0	1 29	45	6	3 45	24	+	4
39	1690	29 Sept.	23	59	3 3	30	6	7 41	43	—	3
40	1690	30 Sept.	23	59	3 26	43	6	8 40	30	—	17
41	1690	1 Oct.	23	58	3 50	3	6	9 39	42	—	15
42	1690	12 Oct.	23	55	8 52	30	6	20 33	20	—	20
43	1691	8 Mars	o	20	4 41	18	11	18 9	40	—	2
44	1691	12 Mars	o	19	3 7	20	11	22 8	35	—	3
45	1691	13 Mars	o	19	2 43	51	11	23 7	56	+	40
46	1691	18 Mars	o	17	0 45	29	11	28 5	58	—	9
47	1691	19 Mars	o	17	0 21	53	11	29 5	5	—	19
48	1691	20 Mars	o	17	0 1	52	0	0 4	41	—	24
49	1691	22 Mars	o	16	0 49	9	0	2 3	23	—	10
50	1691	23 Mars	o	16	1 12	53	0	3 3	0	+	15

On voit que les observations d'automne s'accordent moins bien que celles de printemps, & les erreurs en sont principalement négatives, aussi l'erreur moyenne des 50 observations est $- 3''$, mais en ne choisissant que les 34 dont les erreurs ne vont pas à $40''$; autant dans les signes ascendants que dans les signes descendants; l'on a $+ 1''$. Il y en a 18 ou 20, dont les erreurs sont moindres que $15''$ & par conséquent insensibles; mais comme il y en a deux



fois plus dans les signes descendans on ne peut pas se borner à celles-là: ainsi nous pouvons supposer l'erreur à peu près nulle, & la longueur de l'année que supposent les tables sera conforme à ces observations, c'est-à-dire de 365 j. 5 h. 48' 49"; ce ferait 53" en partant des observations de MAYER, mais serlement 48" en choisissant celles de 1780, que l'on verra ci-après.

Mr. CASSINI rapporte p. 209 une fuite d'équinoxes observés à Paris depuis 1680 jusqu'en 1739, mais les instrumens de l'observatoire de Paris dans ce tems là étaient moins exacts pour les divisions que ceux d'Angleterre, ils ne peuvent appuyer une détermination plus rigoureuse que celle qui résulte des observations de FLAMSTEAD. D'ailleurs je vois que les observations de LA HIRE, calculées par Mr. DE LA CAILLE lui ont donné le même résultat, puisque la durée de l'année est la même en employant les observations de FLAMSTEAD.

Après avoir montré tout ce que l'on peut tirer des observations anciennes pour la durée de l'année, jettons un coup-d'œil sur les observations modernes. J'ai pris pour terme de comparaison dans ce siècle-ci les tables DE LA CAILLE faites vers 1750 & réglées sur un grand nombre d'observations qui se trouvent dans son livre, intitulé: *Astronomia fundamenta*. Mais vers le même tems le célèbre TOBIE MAYER, Astronome de Göttingen, faisait aussi d'excellentes observations pour dresser ses tables du Soleil & son catalogue d'étoiles. Ses observations du Soleil ne sont pas imprimées, mais il m'en envoya 56 peu avant sa mort, je vais les rapporter ici avec la comparaison des tables DE LA CAILLE & celles de MAYER lui même, imprimées en 1767, mais publiées seulement en 1770 & réimprimées à Paris dans la *Connoissance des tems* de 1783, p. 298 & suiv.

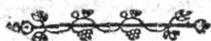
Ayant additionné toutes les erreurs positives & négatives des tables DE LA CAILLE, qui sont à côté des observations suivantes, je trouve l'erreur moyenne — 10", en retranchant seulement celle, où l'erreur est de 39". Cette différence de 10" est assez bien d'accord avec la différence des époques dans les tables de ces deux auteurs; car celles de MAYER sont plus petites de 7", d'ailleurs l'équation est exactement la même, le lieu d'Aphélie est plus petit de 27" dans MAYER, ce qui ne peut produire qu'une seconde dans le lieu du Soleil; ainsi la différence ne doit venir que de l'époque des longitudes moyennes. Les dix secondes que l'on trouve de plus dans les observations de MAYER, supposent que les équinoxes sont arrivés plus tard & que la durée de l'année est plus longue.



Observations du Soleil, faites à Göttingen par TOBIE MAYER pendant un an, calculées sur les tables de l'Abbé DE LA CAILLE & sur celles de TOBIE MAYER.

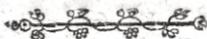
Le signe — signifie qu'il faut ôter du calcul pour l'accorder avec l'observation.

Dates des observations.	Temps moyen à Paris.			Longit. du Soleil observée.					Erreurs des tables		
	1756.	h.	m.	f.	S.	D.	M.	Sec.	Dix.	LA CAILLE.	MAYER.
Août	7	23	34	56	4	16	11	18,	0	— 7'', 7	— 30'', 0
	15		33	35	4	23	52	43,	3	✦ 7, 2	✦ 13, 2
	27		30	52	5	5	27	55,	4	✦ 9, 9	✦ 18, 6
	28		29	18	5	6	25	52,	2	✦ 4, 3	✦ 12, 3
	29		30	0	5	7	23	55,	7	— 1, 7	✦ 4, 9
Septemb.	2		28	45	5	11	16	36,	3	✦ 7, 9	✦ 3, 3
	8		26	46	5	17	6	30,	6	✦ 4, 5	✦ 7, 4
	10		26	4	5	19	3	12,	2	— 4, 5	— 2, 6
	14		24	41	5	22	57	20,	6	— 5, 9	— 0, 4
	15		24	20	5	23	55	57,	7	— 8, 0	— 1, 1
	23		21	35	6	1	46	14,	0	— 13, 5	— 6, 3
	24		21	15	6	2	45	17,	5	— 7, 1	— 2, 6
	26		20	35	6	4	43	13,	2	— 11, 3	— 5, 1
	29		19	37	6	7	40	39,	6	✦ 0, 6	✦ 7, 7
Octobre	1		18	59	6	9	38	43,	1	— 9, 7	— 7, 5
	8	23	17	0	6	16	33	46,	4	— 3, 5	— 3, 2
	9		16	45	6	17	33	10,	8	— 4, 2	✦ 15, 6
	10		16	30	6	18	32	38,	1	— 6, 4	— 3, 9
	15		15	24	6	23	30	29,	0	— 7, 4	— 3, 2
	26		13	52	7	4	29	5,	3	— 8, 1	— 1, 9
	27		13	48	7	5	29	5,	8	— 10, 7	— 5, 1
	28		13	45	7	6	29	11,	3	— 11, 2	— 5, 5
	29		13	42	7	7	29	16,	5	— 11, 2	— 6, 8
Novembr.	7		13	55	7	16	31	22,	3	— 15, 9	— 0, 3
	12		14	32	7	21	33	40,	9	— 13, 1	— 6, 5
	13		14	42	7	22	34	17,	7	— 9, 4	— 2, 9
	14		14	53	7	23	34	47,	2	— 15, 1	— 7, 7



Dates des observations.	Temps moyen à Paris.			Longit. du Soleil observée.					Erreurs des tables		
	h.	m.	f.	S.	D.	M.	Sec.	Dix.	LA CAILLE.	MAYER.	
1756.											
Décembr.	10	23	51	8	19	57	16,	0	- 18'', 3	- 8'', 5	
	11	24	19	8	20	58	22,	0	- 28, 8	- 7, 6	
	23	30	15	9	3	12	13,	8	- 24, 2	- 6, 7	
1757.											
Janv.	1	23	34	37	9	12	22	58,	7	- 22, 4	- 8, 3
	2	35	5		9	13	24	11,	0	- 19, 9	- 10, 1
	27	43	22	10	8	50	51,	2	- 39, 2	- 22, 8	
	29	43	42	10	10	52	53,	6	- 22, 7	- 6, 9	
Févr.	11	44	30	10	24	2	4,	8	- 21, 6	- 4, 5	
	14	44	22	10	27	3	42,	8	- 20, 1	- 6, 9	
	18	44	2	11	1	5	31,	8	- 20, 0	- 6, 6	
	19	43	55	11	2	5	56,	5	- 20, 2	- 5, 4	
	23	43	21	11	6	7	12,	6	- 20, 1	- 3, 7	
	24	43	12	11	7	7	27,	1	- 19, 8	- 2, 9	
Mars	5	41	19	11	16	7	54,	7	- 20, 6	† 0, 7	
	8	40	33	11	19	7	27,	2	- 19, 9	† 1, 9	
	9	40	19	11	20	7	15,	9	- 17, 6	† 3, 1	
	26	35	14	0	6	59	8,	8	- 8, 1	† 8, 5	
	27	34	55	0	7	58	23	0	- 1, 2	† 13, 9	
Avril	5	32	11	0	16	49	16,	7	- 16, 1	† 2, 3	
	6	31	53	0	17	48	9,	9	- 12, 7	† 6, 8	
	8	31	19	0	19	45	44,	5	- 11, 1	† 7, 8	
	18	28	47	0	29	32	3,	1	† 0, 1	† 11, 2	
	19	28	34	1	0	30	22,	9	- 8, 0	† 3, 8	
	27	27	4	1	8	16	49,	1	- 12, 8	† 3, 2	
Juin	16	30	11	2	26	17	43,	5	- 6, 9	† 1, 6	
	20	31	2	3	0	6	33,	3	- 17, 1	- 2, 1	
Août	5	35	12	4	14	1	56,	2	† 1, 2	† 1, 9	
	12	34	12	4	20	45	20,	9	† 1, 8	† 4, 3	
	24	31	29	5	2	19	22,	0	† 3, 2	† 0, 5	

L'erreur



L'erreur moyenne étant de dix secondes, il faudrait ajouter $1\frac{1}{2}''$ à la durée de l'année, déduite des observations de TYCHO & $4''$ à celle qui est déduite des observations de FLAMSTEAD, comparées à celles de LA CAILLE; ainsi l'on aurait par celles-ci 365 j. 5 h. 48' 53'', mais les tables de LA CAILLE me paraissent préférables, comme ayant été déduites d'un plus grand nombre d'observations & toutes par des hauteurs correspondantes.

Les observations faites en 1780 nous fourniront une dernière preuve de l'exactitude des déterminations précédentes: un grand quart de cercle mural, construit par BIRD en Angleterre, le dernier & le meilleur instrument de ce célèbre artiste, a été placé à l'école royale militaire de Paris en 1778; Mr. DAGELET, Professeur de mathématiques & habile Astronome, y a fait un grand nombre d'observations; il m'a communiqué ses journaux & j'en ai extrait cinquante six hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, observées à midi tant dans les signes ascendants que dans les signes descendants; j'en ai déduit les déclinaisons du centre du Soleil en supposant l'erreur de la lunette $\mp 3' 39''$; j'ai calculé les longitudes, je les ai comparées avec les tables de LA CAILLE & j'ai trouvé les différences marquées dans la table suivante, où je me suis contenté de mettre les 40 observations qui s'accordent le mieux.

Dates	Hauteur du bord			Longit. déduite de la hauteur				Err. des tables
1780. Fév. 4	64°	44'	7''	10 S.	15°	23'	14''	\mp 47''
5	64	26	2	10	16	23	18	\mp 4
10	62	51	51	10	21	26	43	— 10
17	60	30	5	10	28	30	43	— 2
20	59	26	25	11	1	31	51	— 3
23	58	21	12	11	4	32	48	— 7
24	57	58	49	11	5	33	57	\mp 47
Mars 3	54	57	52	11	13	34	54	\mp 40
4	54	34	59	11	14	34	22	\mp 5
14	50	40	30	11	24	32	39	— 27
18	49	5	46	11	28	31	7	\mp 2
19	48	42	5	11	29	30	40	\mp 6
21	47	54	55	0	1	29	11	— 10
23	47	7	54	0	3	27	25	— 43
28	45	10	30	0	8	23	51	— 31

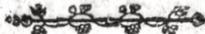
Dates



Dates	Hauteur du bord			Longit. déduite de la hauteur				Err. des tables		
				0 S.	9°	23'	0''			
Mars 29	44°	47'	12''	0	9	23	0	—	31''	
Avril	4	42	28	56	0	15	17	27	—	32
	17	37	44	0	0	28	0	46	—	43
	18	37	23	10	0	28	59	15	—	43
Août	29	33	47	5	1	9	40	49	—	27
	16	35	0	30	4	24	5	24	+	14
	17	35	19	46	4	25	3	13	+	18
	26	38	21	50	5	3	44	5	—	2
Sept.	30	39	47	20	5	7	36	40	+	24
	6	42	21	56	5	14	24	12	+	21
	7	42	44	28	5	15	22	31	+	21
	13	45	1	24	5	21	12	55	+	25
	15	45	47	43	5	23	10	8	+	26
	16	46	10	52	5	24	8	39	+	18
	22	48	30	55	6	0	1	3	+	17
	23	48	54	21	6	0	59	58	+	15
	25	49	41	15	6	2	57	51	+	21
	28	50	51	27	6	5	54	43	.	0
Octobre	6	53	57	20	6	13	48	7	+	6
	8	54	43	15	6	15	46	51	+	10
	9	55	6	5	6	16	46	16	+	12
	13	56	36	22	6	20	43	58	+	1
	14	56	58	45	6	21	43	42	+	19
	16	57	43	3	6	23	42	59	+	21
	24	60	34	17	7	1	41	12	+	15

Ces 40 observations donnent pour l'erreur moyenne des tables $\pm 3\frac{1}{2}''$.
 Celles de FLAMSTEAD donnaient $\pm 1''$, en choisissant les 34 qui s'accordaient le mieux. Ainsi il n'y a sur le mouvement du Soleil en 90 ans que $2\frac{1}{2}''$ à ajouter. C'est une demi seconde à oter de la durée de l'année, qui fera par conséquent de 365 j. 5 h. 48' $48\frac{1}{2}''$. J'ai trouvé 49 par les observations de LA CAILLE, 53 par celles de MAYER, mais celles de Mr. DAGELET, ayant 30 ans d'intervalle de plus, ont quelque avantage; le milieu donne $50''$, tandis que les observations d'HIPPARQUE m'ont donné $48''$, celles de WALTHERUS $50''$, celles de

Tycho



TYCHO & celles de Bologne 46". En s'en tenant à 48" on ne court pas risque de se tromper de 2".

Il est donc suffisamment prouvé que la durée de l'année par les meilleures observations du dernier siècle, de même que par les plus anciennes est de 365 j. 5 h. 48' 48". C'est le résultat par lequel j'ai crû pouvoir répondre à la question proposée par l'Académie royale des Sciences de Dannemarc.

L'accord des observations anciennes & modernes, éloigne toute idée d'accélération dans le mouvement de la terre, ou d'équation séculaire dans les tables du Soleil; ainsi l'on doit être rassuré de plus en plus sur la menace de destruction que le célèbre Mr. EULER nous faisait dans les *Transactions philosophiques* de 1749. Vol. 46. p. 203, & à laquelle on a déjà répondu dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1757. p. 413. Les équinoxes de PTOLEME'E l'avaient induit en erreur, mais j'ai fait voir ci-devant qu'il fallait absolument les rejeter.

Cependant Mr. LE GENTIL avait aussi jugé assez vraisemblable, que l'année était devenue plus courte & cela par une cause fort différente, tirée de la période de 600 ans (*Mém. de l'Acad.* 1756. p. 75). JOSEPH dans ses *antiquités judaïques* (L. I. chap. 3. art. 15) regarde cette période comme une des plus belles qu'on ait eues (*anciens Mémoires* T. V. pag. 5), mais il ne dit pas que cette période ait jamais été rigoureusement exacte. Mr. LE GENTIL dit aussi qu'il ne doute point de l'accélération de la terre, soit d'après ce que l'on trouve dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1750, où la chose est établie par des observations peu éloignées à la vérité les unes des autres, mais en même tems très exactes, soit d'après les recherches qu'il a faites sur la grandeur & la forme de l'année chez les anciens Egyptiens, comparée à celle que nous suivons aujourd'hui. Examinons ces trois raisons.

Pour que la période de 600 ans eut ramené autrefois le Soleil & la Lune au même point du ciel, il faudrait que la durée de l'année eut été plus longue de 2' 50"; car 600 années solaires, chacune de 365 j. 5 h. 48' 48", font 18934156800", & 7421 mois lunaires chacun de 29 j. 12 h. 44' 2", 8921, font 18934257702", la différence est de 1 jour 4 heures 1' 42"; différence trop grande pour qu'on puisse supposer que cette période de 600 ans, ramenait autrefois le Soleil & la Lune exactement au même lieu.

Ce que Mr. DE LA CAILLE dit dans les *Mémoires* de 1750 (p. 27) c'est que la durée de l'année est actuellement plus petite que celle qui a été employée



par CASSINI, FLAMSTEAD & HALLEY; cela ne signifie pas qu'elle a diminué, mais seulement qu'on l'avait mal déterminée.

A l'égard de l'année des anciens Egyptiens on a là-dessus des notions trop imparfaites pour qu'on puisse en tirer aucune conséquence. Ainsi les trois raisonnemens de Mr. LE GENTIL ne suffisent pas pour prouver l'accélération du Soleil.

L'année tropique étant bien connue, il faut en déduire l'année syddérale & pour cela il faut connaître exactement la précession des équinoxes; car une différence de $10''$ sur la précession d'un siècle, augmenterait de $2'' 38$ la différence entre l'année tropique & l'année syddérale.

Pour bien connaître cette précession j'ai comparé les positions des étoiles données par TYCHO BRAHE, avec celles que Mr. DE LA CAILLE a trouvées pour 1750, & après avoir retranché toutes celles dont les résultats s'écartaient de plus de deux minutes de la quantité moyenne, il m'est resté 70 résultats dont le milieu donne pour la précession dans ce siècle-ci $1^{\circ} 23' 38''$.

J'ai fait la même chose par le catalogue de FLAMSTEAD, j'ai retranché toutes les quantités qui différaient de plus de $30''$, il m'est resté 66 résultats, dont le milieu est $1^{\circ} 23' 41\frac{1}{2}''$. Je supposerai donc la précession séculaire $1^{\circ} 23' 40''$, ce qui me donne pour la durée de l'année syddérale 365 jours 6 heures $9' 10'' 37$.

